Практика 1

Постоянное электрическое поле в вакууме

**Часть 1.**

Цель – усвоить представление об основных характеристиках интенсивности электрического поля – напряженности и потенциала; научиться рассчитывать эти величины для электрических полей, создаваемых точечными и распределенными зарядами с помощью принципа суперпозиции.

Указания к самостоятельной работе.

С помощью конспекта лекций и учебников [1, стр.9 – 27; 2, стр.154 – 169] найти ответы на контрольные вопросы и осознать, что такое электрическое поле, кем и зачем оно было введено. Освоить понятия точечного, пробного зарядов, применимости закона Кулона. Иметь ясное представление о том, что взаимодействие электрических зарядов может быть описано на основе идей дальнодействия и близкодействия (теория поля), что введение понятия электрического поля требует введения его количественной характеристики. Ею является напряженность электрического поля .

Точечный бесконечно малый заряд  создает электрическое поле, напряжённость  которого на расстоянии  от заряда равна



Это соотношение в сочетании с принципом суперпозиции дает основу для расчета электростатических полей, создаваемых любой системой зарядов.

Скалярной характеристикой электростатического поля является потенциал . Для вычисления потенциала поля, создаваемого одним или несколькими зарядами, используют выражение



и принцип суперпозиции полей.

Вопросы для экспресс – контроля.

* + - 1. Запишите в векторном виде закон Кулона.
      2. Укажите пределы применимости закона Кулона.
      3. В механике вещество тела состоит из частиц. Какая новая физическая реальность вводится в электромагнетизме?
      4. Что такое напряжённость электрического поля?
      5. Приведите выражение для напряжённости электрического поля точечного заряда.
      6. Как проводятся линии напряжённости электрического поля?
      7. Приведите формулировку принципа суперпозиции и укажите условия его применимости.
      8. Представьте определения линейной, поверхностной и объёмной плотностей заряда и объясните, зачем они вводятся.
      9. Чему равна работа, совершаемая силами электрического поля по перемещению заряда из точки 1 в точку 2?
      10. Чем определяется разность потенциалов?
      11. Каким образом вводится потенциал поля?
      12. Приведите выражение для потенциала поля точечного заряда.
      13. Как связаны две характеристики электрического поля – напряжённость и потенциал?
      14. Дайте определение градиента.

1. (\*)Тонкий длинный стержень равномерно заряжен положительным зарядом с линейной плотностью . Найти силу, действующую на точечный заряд q, расположенный на продолжении оси стержня на расстоянии *a* от его конца.

2. (\*)Находящийся в вакууме тонкий прямой стержень длиной 2*а* заряжен равномерно зарядом *q*. Найти модуль вектора напряженности электрического поля как функцию расстояния *r* от центра стержня для точек прямой:

1) перпендикулярной к стержню и проходящей через его центр;

2) на оси стержня вне его.

Исследовать полученные выражения при .

3. (\*) Кольцо радиусом *r* из тонкой проволоки имеет заряд *q*. Найти модуль напряженности электрического поля на оси кольца как функцию расстояния  до его центра. Исследовать полученную зависимость при . Определить максимальное значение напряженности и соответствующее расстояние . Изобразить примерный график функции *E*().

4. (\*) Электрическое поле создано точечным зарядом . Найти поток вектора напряженности электрического поля через круглую площадку, края которой равноудалены от заряда *q* на расстояние *R*, а плоскость, в которой расположена площадка, удалена от заряда на расстояние .

5. (\*) Шар радиусом *R* равномерно заряжен с объёмной плотностью заряда . Найти поток вектора напряженности электрического поля через сечение шара, которое образовано плоскостью, отстоящей от центра шара на расстояние .

6. Шар радиусом *R* имеет положительный заряд, объёмная плотность которого зависит только от расстояния *r* до его центра по закону , где -постоянная. Полагая диэлектрическую проницаемость шара и окружающего пространства равной единице, найти:

1) модуль вектора напряженности электрического поля внутри и вне шара как функцию расстояния *r*;

2) максимальное значение напряженности  и соответствующее ему значение расстояния .

7. Внутри бесконечно длинного круглого цилиндра, заряженного равномерно с объёмной плотностью , имеется круглая цилиндрическая полость. Расстояние между осями цилиндра и полости равно . Найти напряженность  электрического поля в полости. Диэлектрическую проницаемость считать равной единице.

1. (\*) Заряд равномерно распределен по объёму сферической оболочки. Объемная плотность заряда . Внутренний радиус оболочки  наружный - . Определить напряженность поля в точках, отстоящих от центра оболочки на расстояние *r*:



***1. Закон Кулона. Напряженность поля. Теорема Гаусса***

– закон Кулона

 – определение напряжённости поля

 ,  – принцип суперпозиции

 – диэлектрическая проницаемость диэлектрика

 – напряжённость поля точечного заряда

, ,  – объемная, поверхностная, линейная плотности заряда

 – напряжённость поля плоскости

 – напряжённость поля конденсатора

 – напряжённость поля нити (цилиндра при *r*>*R*, *R* – радиус цилиндра)

 – вектор электрического смещения

,  – поток вектора напряжённости

,  – поток вектора электрического смещения

,

 ;

 – теорема Гаусса в интегральном виде;

;

 – теорема Гаусса в дифференциальном виде.

Здесь  – оператор «набла»;

 – дивергенция вектора .

**Примеры решения задач**

*Задача 1*

Определить напряжённость поля, создаваемого зарядом, равномерно распределённым по тонкому прямому стержню с линейной плотностью 200 нКл/м, в точке, лежащей на перпендикуляре, восстановленном в середине стержня, на расстоянии 40 см от его середины. Длина стержня 60 см.

Дано:

τ=2.10-7 Кл/м

*l*=0.6 м

b=0.4 м

Найти:

Е=?

Решение

Разобьем стержень на бесконечно малые элементы *dl=dy*; *y* – координата данного элемента (рис.1). Заряд элемента *dq=*τ*dy* можно считать точечным. Напряженность поля, созданного зарядом *dq* в точке А на расстоянии *r* от заряда, равна:

, (1)

где

; (2)

α – угол между перпендикуляром к стержню и радиус-вектором *r* элемента стержня, проведенным из точки А. Направление вектора напряженности см. на рис.1. Так как ,то , то

. (3)

Найдем проекции *dE* на координатные оси:

; , (4)

Наконец, проекции полной напряженности на оси рассчитываются интегрированием:

*y*

*dl*

*y*

0

*dE*x  *x*

*dE*

*d*α

α

*r*

*l*

α

*b*

*dE*y

А

Рис.1

 (5)

причём интегрирование производится по всей длине стержня. Здесь использован принцип суперпозиции в проекциях на оси. Полная напряженность вычисляется по теореме Пифагора:

. (6)

С учётом (1) – (4) получим из (5):

, (7)

.

Постоянную величину  выносим за знак интеграла и проставим пределы интегрирования: угол α изменяется от (–α0) до α0, где . Далее, первообразная функция от  – это , а от  – . Тогда

,

.

Окончательно получаем для напряженности:

,

.

Ответ: *E*=5.4.103 В/м.

*Задача 2*

На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами 5 см и 10 см равномерно распределены заряды с линейными плотностями заряда τ1=100 нКл/м и τ2=50 нКл/м соответственно. Пространство между цилиндрами заполнено парафином с диэлектрической проницаемостью 2. Найти напряженность электрического поля в точках, удаленных от оси цилиндров на расстояния 3 см, 9 см, 15 см.

Решение

Дано:

τ1=100 нКл/м

τ2=50 нКл/м

R1=0.05 м

R2=0.1 м

r1=0.03 м

r2=0.09 м

r3=0.15 м

ε=2

Найти:

E1=?

E2=?

E3=?

Симметрия задачи позволяет воспользоваться теоремой Гаусса: поток вектора напряженности электростатического поля через любую замкнутую поверхность равен сумме свободных зарядов, охваченных этой поверхностью, деленной на (εε0):

. (1)

Здесь α – угол между вектором  и нормалью к поверхности в данной точке. Возьмем Гауссову поверхность в виде цилиндра, коаксиального данным, высота которого равна *h*, а радиус *r*. Вектор  напряженности электростатического поля может быть направлен только перпендикулярно боковой поверхности цилиндра, параллельно основаниям, (см. рис.2), тогда в левой части (1) надо учитывать только вклад через боковую поверхность цилиндра (для оснований α=900, cosα=0), причем для боковой поверхности α=0, cosα=1. Кроме того, в силу симметрии значение напряженности в любой точке боковой поверхности Гауссова цилиндра одинаково, и значение *Е* можно вынести за знак интеграла. Тогда

,(2)

R1

r

R2

τ1

τ2



Рис.2

где  – площадь боковой поверхности Гауссова цилиндра.

Теперь вычислим правую часть (1). При этом нужно рассмотреть 3 случая:

1) r1<R1. В этом случае внутрь Гауссовой поверхности не попадают заряды (q=0), и тогда из (1) и (2) следует, что E1=0.

2) R1<r2<R2. Внутрь Гауссовой поверхности попадают заряды, находящиеся только на внутреннем цилиндре радиуса R1 (см. рис.), поэтому суммарный заряд (по определению линейной плотности заряда):

*q=τ*1*h*. (3)

Из (1) – (3) получим: , откуда . Здесь сделана замена .

3) R2<r3. Теперь Гауссова поверхность охватывает оба цилиндра, несущие свободные заряды с линейными плотностями τ1 и τ2, но при этом она проходит вне диэлектрика, так что надо положить ε=1, а *q=*(*τ1+τ2*)*h*, тогда

,

.

Ответ: *E*1=0; *E*2=104 В/м; *E*3=6.103 В/м.

**(1) Простые задачи для аудиторных практических занятий**

1. Два положительных точечных заряда Q и 4Q закреплены на расстоянии 60 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закреплённые заряды.

2. Тонкое кольцо радиусом 10 см несёт равномерно распределённый заряд 0.1 мкКл. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд 10 нКл. Какова сила, действующая на точечный заряд со стороны заряженного кольца, если он удалён от центра: а) на 20 см; б) на 2 м?

3. Тонкое полукольцо радиусом 20 см несёт равномерно распределённый заряд 2 мкКл. Определить силу, действующую на точечный заряд 40 нКл, расположенный в центре кривизны полукольца.

4. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами 40 нКл и 10 нКл, находящимися на расстоянии 10 см друг от друга. Определить напряжённость поля в точке, удалённой от первого заряда на 12 см и от второго на 6 см.

5. Два бесконечно длинных параллельных провода, расположенных в вакууме, заряжены равномерно с линейной плотностью заряда 50 нКл/м. Расстояние между проводами 0.5 м. Найти силу, действующую на единицу длины провода.

6. Имеются две металлические концентрические сферы радиусами 3 см и 6 см. Пространство между сферами заполнено парафином с диэлектрической проницаемостью 2. Заряд внутренней сферы равен q1=1 нКл, внешней  q2=2 нКл. Найти напряженность электрического поля на расстояниях 1 см, 5 см, 9 см от центра сфер.