

Дисперсия света

1. Дисперсия света
2. Фазовая и групповая скорость волн
3. Электронная теория дисперсии
4. Излучение Вавилова – Черенкова

1) Дисперсией света называют явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от частоты (или длины) световой волны.

$n = f(\lambda_0)$, где λ_0 – длина волны в вакууме.

Для всех прозрачных веществ функция $n = f(\lambda_0)$, в видимой части спектра имеет вид:

(Рисунок)

Величина $\frac{dn}{d\lambda_0}$ называется дисперсией вещества. Если $\frac{dn}{d\lambda_0} < 0$, дисперсия называется нормальной.

В области нормальной дисперсии

$$n = a + \frac{b}{\lambda_0^2} + \frac{c}{\lambda_0^4} + \dots,$$

a, b, c – постоянные, знак которых определяется экспериментально.

$$n \cong a + \frac{b}{\lambda_0^2}; \text{ тогда}$$

$$\frac{dn}{d\lambda_0} = -\frac{2b}{\lambda_0^3}$$

Если вещество поглощает часть лучей, в области поглощения ход дисперсии обнаруживается аномально и $\frac{dn}{d\lambda_0} > 0$.

Свет – это плоские электромагнитные волны, в которых колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ происходят во взаимно перпендикулярных направлениях. Плоская волна описывается уравнением:

$$(1) \xi = A \cos(\omega t - kx)$$

и представляет собой последовательность впадин и бугров, имеющую бесконечную протяженность и длительность.

С помощью такой волны невозможно передать количественный сигнал. Чтобы использовать волну для передачи сигнала, на ней нужно сделать “отметку”, например, прервать ее на некоторое время.

Зафиксируем фазу волны:

$$\omega t - kx = \text{const}; \quad \omega dt - kdx = 0, \quad \rightarrow \quad V = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} - \text{фазовая скорость,}$$

здесь ω – циклическая частота, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Свет даже монохроматический ($\lambda = \text{const}$) представляет собой наложение волн вида (1) с частотами, заключенными в интервале $\Delta\omega$. Наложение волн дает группу волн, описываемую выражением:

$$\int_{\omega - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega + \frac{\Delta\omega}{2}} A_{\omega} \cos(\omega t - k_{\omega} x) d\omega$$

Например, для двух волн с разными λ :

Рисунок

$$A = 2A_0 \cos(\Delta\omega t - \Delta k x)$$

Если амплитуды волн одинаковы, то в точках С и В результирующие амплитуды = 0; в точке А будет наблюдаться max интенсивности.

Если фазовые скорости обеих волн одинаковы, то относительно расположение волн с течением времени не меняется. Центр группы (точка А) будет двигаться со скоростью V.

(Рисунок)

Картина положения волн

Если наблюдается дисперсия, то центр группы волн перемещается со скоростью:

$U = \frac{d\omega}{dk}$ - групповая скорость или скорость распространения энергии волнового потока.

$$U = \frac{d}{dk}(Vk) = V + k \frac{dV}{dk} = V + k \frac{dV}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk};$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{k}; \quad \frac{d\lambda}{dk} = -\frac{2\pi}{k^2} = -\frac{\lambda}{k}$$

$$U = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda}$$

Если дисперсии нет, то $\frac{dV}{d\lambda} = 0$ и $U = V$.

Максимальная интенсивность приходится на центр группы волн, а значит скорость переноса энергии = групповой скорости.

Понятие групповой скорости применимо только при условии, что поглощения энергии волны невелико. При значительном затухании понятие групповой скорости не имеет смысла (в области аномальной дисперсии, например).

3) Дисперсия света может быть объяснена на основе электромагнитной теории и электронной теории вещества.

Движение $\bar{e}$ подчиняется законам квантовой механики, но для качественного понимания многих явлений достаточно ограничиться гипотезой о существовании внутри атомов и молекул электронов, связанных квазиупруго.

При распространении электромагнитной волны на $\bar{e}$ вещества действует электрическая сила:

$$f = eE = eE_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Под действием этой силы $\bar{e}$ совершает внутренние колебания с амплитудой:

$$r_m = \frac{eE_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\rho^2\omega^2}};$$

$$\text{и } \tan d = \frac{2\rho\omega}{\omega_0^2 - \omega^2};$$

ω_0 – собственная частота колебаний $\bar{e}$,

β – коэффициент затухания.

Колебания $\bar{e}$ возбуждают вторичную волну, которая складываясь с падающей волной, дает результирующую волну с фазовой скоростью, отличной от скорости в вакууме. Это отличие тем больше, чем ближе ω и ω_0 при отсутствии затухания:

$$r(t) = \frac{eE_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow r(t) = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2} E(t)$$

В результате смещения $\bar{e}$ от положения равновесия, молекула приобретает электрический дипольный момент:

$$p(t) = \sum e_j r_j(t) = \left(\sum \frac{e_j^2}{\omega_{0j}^2 - \omega^2} \right) E(t)$$

$$\text{но } \varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E} = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \sum \frac{e_j^2/m_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}$$

Скорость распространения электромагнитной волны:

$$V = \frac{C}{\sqrt{\varepsilon\mu}}; \quad n = \frac{C}{V} = \sqrt{\varepsilon} \rightarrow$$

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \sum \frac{e_j^2/m_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}$$

при $\omega \rightarrow \omega_{0j}$ (и $\omega < \omega_{0j}$) $n^2 \rightarrow \infty$

при $\omega \rightarrow \omega_{0j}$ (и $\omega > \omega_{0j}$) $n^2 \rightarrow -\infty$

(Рисунок)

(Рисунок)

1-2 – $n < 1$, то есть $V > C$ (а $U < C$)

2-3 – аномальная дисперсия ($\frac{dn}{d\lambda_0} > 0$)

3-4 – $n > 1$, нормальная дисперсия.

Поглощение света

При прохождении электромагнитной волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний $\bar{e}$. Частично эта энергия вновь возвращается в энергию излучения в виде вторичных волн, возбужденных $\bar{e}$, частично она переходит в другие виды энергии, чаще всего в энергию хаотического теплового движения атомов (внутреннюю энергию). То есть интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается. Наиболее значительное поглощение наблюдается при $\omega = \omega_{0j}$.

Опыт показывает, что:

$$dJ = -\chi I dl;$$

χ - коэффициент поглощения

(Рисунок)

$$\frac{dJ}{J} = -\chi dl \quad \int_{J_0}^J \frac{dJ}{J} = -\chi \int_0^l dl$$

$$\ln J = -\chi l, \quad \ln J - \ln J_0 = -\chi l$$

$$\boxed{J = J_0 e^{-\chi l}} \quad - \text{закон Бугера – Ламберта}$$

$$\text{при } l = \frac{1}{\varpi} \quad \frac{J}{J_0} = \frac{1}{l} \rightarrow \varpi = \frac{1}{l} \quad \text{при } \frac{J_0}{J} = l, \quad \varpi = f(\lambda)$$

Для разных веществ эта зависимость будет различной.

(Рисунок)

газы, пары металлов

(Рисунок)

жидкости, твердые тела, газы под давлением

Расширение полос поглощения является результатом взаимодействия атомов друг с другом.

Рассмотрим прохождение света через призму с малым преломляющим углом:

(Рисунок)

Угол поворота луча φ

$$\varphi = (i_1 - r_1) + (r_2 - i_2) = (i_1 + r_2) - (r_1 + i_2)$$

Если угол падения лучей мал, то законы преломления света на гранях можно записать:

$$\frac{i_1}{r_1} = n \quad \frac{i_2}{r_2} = \frac{1}{n}$$

$$\text{так как } i_2 + r_1 = A, \quad \text{то } \varphi = i_1 + r_2 - A$$

$$i_2 n = r_2 \quad i_1 = r_1 n$$

$$\varphi = i_1 + r_2 - A = i_1 + n i_2 - A = i_1 + n(A - r_1) - A = i_1 + nA - n r_1 - A = A(n - 1)$$

Так как в области нормальной дисперсии

(Рисунок)

,то

$$\varphi_{\max} \rightarrow \lambda_{\text{фиол}}; \quad \varphi_{\min} \rightarrow \lambda_{\text{кр}}; \quad \rightarrow \lambda_{\text{фиол}} < \lambda_{\text{кр}}$$

Следовательно, при падении на призму белого света, он будет разлагаться в призме по длине волн в спектр

(Рисунок)

4) Излучение Вавилова – Черенкова.

1934г Черенков обнаружил свечение жидкостей под действием γ – лучей радия. Вавилов высказал предположение, что источником излучения служат быстрые $\bar{e}$, создаваемые γ – лучами.

Теоретическое объяснение эффекта Вавилова – Черенкова дано в 1937г Таммом и Франном.

если $V_q < \frac{c}{n}$ (фаза скорости электромагнитных волн) заряженная частица не излучает электромагнитных волн.

при $V_q > \frac{c}{n}$, даже если $V_q = \text{const}$, наблюдается излучение электромагнитных волн.

Излучение Вавилова – Черенкова имеет голубую окраску и испускается вдоль образующих конус:

(Рисунок)

$$\cos \theta = \left(\frac{\frac{c}{n}}{V_q} \right) = \frac{c}{nV_q} = \frac{V}{V_q}$$