Дифракция света

1. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля.

2. Дифракция на круглом отверстии, диске (дифракция Френеля).

3. Дифракция параллельных лучей (дифракция Фраунгофера):

а) дифракция на щели

б) дифракционная решетка, дифракционные секторы

в) дифракция на пространственной решетке

4) Понятие о голографии.

1) Дифракцией называется совокупность явлений, связанных с огибанием волнами препятствий, размеры которых сопоставимы с длиной волны. Для световых волн дифракция заключается в попадании лучей в область геометрической тени.

Проникновение световых волн в область геометрической тени может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка пространства, до которой доходит световое возбуждение сама становится источником вторичных колебаний. Огибающая вторичных волн в каждый данный момент времени представляет собой фронт волны.

Если S – точечный источник света, то:

(Рисунок)

то есть световая волна распространяется из точки A во все стороны, как если бы точка A служила источником света.

Принцип Гюйгенса позволял решать задачи о направлении распространения светового фронта и не затрагивал по существу вопроса об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Этот недостаток восполнил Френель, который дополнил принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн. Благодаря этому огибающая поверхность вторичных волн, введенная Гюйгенсом чисто формально, приобрела ясное физическое содержание как поверхность, благодаря взаимной интерференции элементарных волн, результирующая волна имеет различную интенсивность. Кроме того, с помощью принципа Гюйгенса – Френеля удалось устранить одно из основных затруднений волновой теории света – показать, как согласуется волновая природа с наблюдающимся на опыте прямолинейном распространением света.

Если S – одна из волновых поверхностей света, распространяющегося от некоторого источника, то в точке P:

(Рисунок)

$$dE = K\frac{a_0 dS}{r}\cos(\omega t - kr + d_0)$$

$\omega t + d_0$ – фаза колебаний в месте расположения волновой поверхности,

k – волновое число,

r – расстояние от P до dS

по Френелю: K = K(φ) и

$$E = \int_s K(\varphi)\frac{a_0}{r}\cos \omega t - kr + d_0) dS$$

причем K(0) → max; $K\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

- аналитическое выражение принципа Френеля.

Вычисления по данной формуле представляют собой в общем случае очень сложную задачу. Однако Френель показал, что в случаях, отличающихся симметрией, нахождение амплитуды результирующих колебаний может быть осуществлено простым алгебраическим или геометрических суммированием.

2) Метод зон Френеля.

(Рисунок)

$b_m = b + m\frac{\lambda}{2}$ - рассотяние от внешнего края m-й зоны до точки P.

Для определения амплитуды колебаний нужно найти площади зон

(Рисунок)

результирующие колебаний от соседних зон отличаются по фазе на π. Площадь m-й зоны можно представить в виде:

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1}$$

S_{m-1} – площадь сферического сегмента, определяемого внешней границей (m – 1)-й зоны.

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + m\frac{\lambda}{2})^2 - (b + h_m)^2$$

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = bm\lambda + m^2(\frac{\lambda}{2})^2 - 2bh_m - h_m^2$$

Для исчисления больших m можно принять:

$$h_m \approx \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$$

Для сегмента $S = 2\pi rh$, поэтому

$$S_m = 2\pi a h_m = 2\pi a\frac{bm\lambda}{2(a+b)} = \frac{\pi ab}{a+b}m\lambda$$

$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab}{a+b}\lambda$, то есть площади зон Френеля примерно одинаковы.

Оценим r_m: $r_m^2 = 2ah_m - h_m^2$;

Для небольших m $a \gg h_m$, поэтому $r_m^2 = 2ah_m$

$$r_m^2 = \frac{2abm\lambda}{2(a+b)} = \frac{ab}{a+b}m\lambda \rightarrow r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}$$

$$r_m \sim \sqrt{m}$$

С ростом m растет b_m и угол φ между нормалью к элементали зоны и направлением на точку P. Это приводит к тому, что A_m монотонно убывает с ростом m.

$A_1 > A_2 > A_3 > \ldots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \ldots$ отличаются на π, то $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \ldots$

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \ \dots$$

Можно принять $A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$, так как A_m монотонно убывает. Тогда:

$A = \frac{A_1}{2}$, то есть амплитуда, создаваемая в некоторой точке P. сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Иными словами, действие всей волновой поверхности эквивалентно половине действия центральной зоны.

Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытым только центральную зону Френеля, амплитуда в точке P. будет равна A_1, то есть в два раза больше чем A.

Градоическое сложение амплитуд

Разобьем волновую поверхность на равные по площади кольцевые зоны, аналогичные зонам Френеля, но гораздо меньше по ширине. Колебания от каждой такой зоны можно изобразить в виде вектора, длина которого равна амплитуде колебания, а угол, образованный вектором и точкой, принятой за начало отсчета, дает начальную фазу колебаний. Колебание, создаваемое в точке P. любой из мелких зон, имеет приблизительно такую же амплитуду, как и колебание, создаваемое предшествующей зоной, но будет отставать от него по фазе на практически одинаковую для всех соседних зон величину. Векторная диаграмма имеет вид:

Если ΔS 0, то

(Рисунок)

0 – 1 первая зона

1 – 2 вторая зона

0 – C вся волновая поверхность

0 – B внутренняя половина первой зоны

$$A_{OB} = \sqrt{2}\frac{A_1}{2} \longrightarrow I_{OB} = 2I_{\Sigma}$$

Зонная пластинка – во много раз увеличивает интенсивность света в точке P., действуя подобно собирающей линзе. Еще большего эффекта можно достичь, изменив фазу колебаний четных зон на π. Это можно осуществить с помощью прозрачной пластинки, толщина которой в местах, соответствующим четным и нечетным зонам неодинакова – это фазовая зонная пластинка, дающая увеличение амплитуды в 2 раза а интенсивности в 4 раза.

Различают два вида дифракции: если источник света S и точка P. наблюдения расположены настолько далеко, что лучи падающие на препятствие и лучи, идущие в точку P., образуют практически параллельные пучки, говорят о дифракции в параллельных пучках или дифракции Фраунгофера. В противном случае говорят о дифракции Френеля.

Рассмотренные выше методы алгебраического и графического сложения амплитуд позволяют решить простейшие задачи на дифракцию света.

2) Дифракция Френеля

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с вырезанным отверстием радиуса r_0

(Рисунок)

$r_0 << a, b$

Если a и b удовлетворяют соотношению $r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}$, (m – целое число), то отверстие оставит открытым m зон Френеля, построенных для точки P; и

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

$$A = A_1 - A_2 + \ldots \pm A_m$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \ldots + \text{сумма} \left(\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2}\right) + \frac{A_m}{2}, m - \text{нечет}$$

$$\text{и} \left(\frac{A_{m-3}}{2} - A_{m-2} + \frac{A_{m-1}}{2}\right) + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \quad - \quad m - \text{четные}$$

$\frac{A_{m-1}}{2} - A_m = -\frac{A_m}{2}$, так как амплитуды двух соседних зон мало отличаются по величине. Поэтому:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

“+” □ m – нечетные

“-” □ m – четные

Для мелких m $A_m \approx A_1$, поэтому $A = \sum_0^{A_1}$

□ m – нечетные

□ m – четные

Этот же результат легко получить с помощью векторной диаграммы.

Если убрать преграду, то в точке P $A = \frac{A_1}{2}$. Таким образом с отверстием если m – нечет, не только не ослабляет свет в точке P, но приводит к увеличению амплитуды ~ в два раза, а интенсивности – почти в 4 раза.

При неограниченном увеличении r_0 $A_m \to 0$ и $A \to \frac{A_1}{2}$

Характер дифракционной картины: чередование светлых и темных колец, в центре – либо светлое пятно либо темное (m – чет).

(Рисунок)

если отверстие открывает не более одной зоны Френеля, на экране получается размытое светлое пятно; если большое число зон Френеля – чередование темных и светлых колец наблюдается лишь в узкой области на границе геометрической тени; внутри этой области освещенность оказывается практически постоянной.

(Рисунок)

закрыто m – первых зон Френеля.

$$A_p = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \ldots =$$

$$= \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2}\right) + \ldots \to A_p = \frac{A_{m+1}}{2}$$

Характер дифракционной картины: как и при отсутствии преграды.

Дифракционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных колец. В центре картины при любом m получается светлое пятно.

Зависимость интенсивности от r – расстояние от точки P на экране:

(Рисунок)

если закрыто много зон Френеля, то дифракционная картина наблюдается в узкой области на границе геометрической тени. В этом случае $A_{m+1} << A_1$ и A_p – мала, так что интенсивность в области геометрической тени практически повсюду = 0. Если диск закрывает лишь небольшую часть первой зоны Френеля он совсем не отбрасывает тени – освещенность экрана всюду остается такой же, как и при отсутствии преграды.

3) Дифракция Фраунгофера (дифракция в параллельных лучах)

а) щель

пусть на щель шириной а (а << l) падает плоская световая волна. Волновая поверхность, щель и экран параллельны друг другу.

(Рисунок)

а – ширина щели;

Когда фронт волны дойдет дойдет до щели и займет положение АВ, то все его точки являются новыми источниками волн, распространяющихся во все стороны от щели.

Рассмотрим волны, распространяющиеся от точек плоскости АВ в направлении, составляющим некоторый угол φ с первоначальным. Точка М – лежит в фокальной плоскости линзы. На экране будем наблюдать резкие наложения для волн, распространяющихся от щели под различными произвольными углами φ. Разность хода, определяющая условие интерференции, Δ = СВ.

<u>Применим метод зон Френеля</u>. Для этого мысленно разделим ВС на ряд отрезков длиною $\frac{\lambda}{2}$. Число отрезков $J = \frac{a \sin \varphi}{\frac{\lambda}{2}}$.

Проводя из концов этих отрезков линии параллельные АС, разобьем фронт волны АВ на ряд полосок одинаковой ширины. <u>Эти полосы и будут в данном случае зонами</u>

Френеля, поскольку соответствующие точки этих полос являются *обрыв страницы..* на экране с взаимной разностью хода $\frac{\lambda}{2}$.

Если J = 2K, то каждая пара колебаний соседних зон взаимно погасит друг друга и при данном φ на экране будет иметься min освещенности.

Условие минимума $a\sin\varphi_{min} = 2K\frac{\lambda}{2} = ki$

Условие максимума $a\sin\varphi_{max} = (2K+1)\frac{\lambda}{2}$

$$A_\varphi = A_0\frac{\sin\left[\frac{a\pi}{\lambda}\cdot\frac{I\varphi}{\sin\varphi}\right]}{\frac{a\pi}{\lambda}\sin\varphi} \qquad I_\varphi = I_0\frac{sin^2(\pi a\sin\frac{\varphi}{\lambda})}{(\pi a\sin\frac{\varphi}{\lambda})^2}$$

$$\frac{a\pi}{\lambda}\sin\varphi = n\pi$$

(Рисунок)

Ширина и число дифракционных полос будут зависеть от отношения λ/a.

Действительно так как $(\sin\varphi)_{max} = 1$, то $J_{max} = \frac{a}{\lambda/2}$, если a << λ, то вся поверхность AB является лишь небольшой частью одной зоны и колебания от всех точек будут по любому направленно распространяться почти в одинаковой фазе. Условие min не выполнимо даже для K = 1. Такая щель является практически точечным (линейным) источником и волны от нее будут распространяться *обрыв страницы..*

Число минимумов: $k \le \frac{a}{\lambda}$

Значение угла φ, отвечающее краям центрального максимума:

$$\sin^{-1}\varphi = \mp\lambda \rightarrow \varphi = \mp\sin^{-1}\frac{\lambda}{a}$$

Следовательно угловая ширина центрального max равна:

$$\delta\varphi = 2\sin^{-1}\frac{\lambda}{a}$$

Если a << λ, то $\sin\frac{\lambda}{a} \approx \frac{\lambda}{a}$ Тогда $\delta\varphi = \frac{2\lambda}{a}$

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 := 1 : (\frac{2}{3\pi})^2 : (\frac{2}{5\pi})^2 : (\frac{2}{7\pi})^2$$

- можно показать, решая задачу о дифракции Фраунгофера методом графического сложения амплитуд.

При освещении щели немонохроматическим светом дифракционные максимумы для различных цветов разойдутся

(Рисунок)

б) Для увеличения интенсивности и более четкого распределения цветов следует воспользоваться дифракционной решеткой, представляющей собой ряд параллельных щелей одинаковой ширины a, разделенных между собой непрозрачными промежутками ширины b.

$a + b = d$ - период или постоянная решетки.

Конструктивно дифракционная решетка может быть оформлена различным образом, в зависимости от λ дифракционных волн. Для видимого света классический способ заключается в нанесении на прозрачную стеклянную пластинку ряда тонких параллельных штрихов.

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну, падающую нормально на решетку:

(Рисунок)

(Рисунок)

N – число щелей

$I_0 \approx N^2$, $d\sin\varphi = \pm k\lambda$, $a\sin\varphi = \pm k\lambda$

Строчка пропущена.. (крайних, центральных, промежуточных) имеют одну и ту же разность хода

$\Delta = d\sin\varphi$

и приходят в точку М на экране со сдвигом фазы

$$\delta = 2\pi \frac{d \sin\varphi}{\lambda}$$

Резкое возрастание амплитуды результирующих колебаний будет в тех случаях, когда амплитуды колебаний от всех щелей A_i будут направлены одинаково, то есть если

$$\Delta = d\sin\varphi = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

- это основное условие характеризующее положение главных максимумов дифракционной решетки.

$A = NA_1$ и $J = N^2 J_1$ - интенсивность главного максимума.

Для направлений, удовлетворяющих условию:

$$a\sin\varphi = k\lambda$$

- амплитуда результирующего колебания будет = 0, то есть это условие минимума. Оно совпадает с условием максимума для щели.

Кроме минимумов, определяемых данным условием, в промежутках между соседними главными максимумами имеется по $\boxed{(N-1)}$ добавочному минимуму. Они возникают в направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно поглощают друг друга:

$$d\sin\varphi = \mp\frac{k^{/}}{N}\lambda$$

$k^{/} = 1, 2, \ldots, N - 1, N + 1, \ldots, 2N - 1, 2N + 1, \ldots$

то есть принимают все многочисленные значения кроме 0, N, 2N, …

Между дополнительными минимумами располагаются слабые вторичные максимумы, число которых = $\boxed{N-2}$ - в промежутке между соседними главными максимумами.

$$I_{\text{вт}} \le \frac{1}{23} I_{\text{гл}.max}$$

Пунктирная кривая, проходящая через вершины главных максимумов, изображает интенсивность от одной щели, умноженную на N^2.

Количество наблюдающихся главных максимумов определяется отношениме периода решетки d к длине волны:

$$d\sin\varphi = k\lambda \qquad \sin \le 1 \qquad k \le \frac{d}{\lambda}$$

Обрыв страницы.. (нулевого) максимума. Положение прилегающих к нему минимумов определяется условием (3). Поэтому

$$d\sin\varphi = \mp\frac{\lambda}{N} \qquad (k^{/} = 1)$$

$$\varphi = \mp\sin^{-1}\frac{\lambda}{Nd}$$

$$\delta\varphi = \varphi_{+} - \varphi_{-} - 2\sin^{-1}\frac{\lambda}{Nd}$$

При больших N величина $\frac{\lambda}{Nd} << 1$ и

$$\delta\varphi \cong 2\frac{\lambda}{Nd} = 2\frac{\lambda}{l}$$

l = Nd - длина дифракционной решетки. Следовательно, угловая ширина главных максимумов обратно пропорциональна длине решетки. С увеличение порядка максимума

$$\delta\varphi_{k} \cong 2\frac{k\lambda}{Nd},$$

то есть ширина максимума возрастает.

Положение главных максимумов зависит от длины волны λ. Поэтому при прохождении через решетку белого света, все максимумы кроме центрального разложатся в спектр, фиолетовый конец которого обращен к центру дифракционной картины, красный – наружу. Таким образом, дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор.

Возможно перекрытие спектров (К) и (К + 1) порядков для разных цветов.

$$\sin\varphi_{к} = к\frac{0{,}76}{d} \quad \text{и} \quad \sin\varphi_{ф} = (к+1)\frac{0{,}38}{d} \quad (\text{в мкм})$$

При условии 0,76К > 0,38(К + 1) спектры К-го и (К + 1)-го порядков частично перекрываются.

(Рисунок)

Из последнего неравенства К > 10/9, то есть частичное перекрытие начинается со спектров второго и третьего порядков.

Основными характеристиками любого спектрального прибора, в том числе и дифракционной решетки, являются его дисперсия и разрешающая способность.

Дисперсия определяется угловым или линейным расстоянием между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на 1.

Угловая дисперсия $D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$. Из условия главного максимума

$$d\cos\varphi\,\delta\varphi = k\delta\lambda \Rightarrow D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi}$$

Для малых углов $\cos\varphi \approx 1$ и $D = \frac{k}{d}$, таким образом $D \sim k$ и $D \sim \frac{1}{d}$.

Линейная дисперсия $D_{лин} = \frac{\delta l}{\delta\lambda}$, где δl – расстояние на экране между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на δλ.

Если F – фокусное расстояние линзы, с помощью которой наблюдают дифракционную картину, то очевидно $\delta l \approx F\delta\varphi$ и $D_{мин} = FD = F\frac{k}{d}$.

(Рисунок)

Разрешающая сила (или способность) определяет относительную минимальную разность длин волн Δλ, при которой две линии воспринимаются в спектре раздельно:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \Rightarrow \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

Возможность разрешения, то есть раздельного восприятия двух близких спектральных линий зависит не только от расстояния между ними (которое определяется дисперсией прибора), но и от ширины спектрального максимума:

(Рисунок)

Середина k-го максимума определяется условием

$$d\sin\varphi_{max} = k\lambda_2 \quad - \quad \text{для } \lambda_2$$

края k-го максимума определяются положением добавочного минимума, то есть

$$d\sin\varphi_{min} = \left(k \mp \frac{1}{N}\right)\lambda_1 \; - \quad \text{для } \lambda_1$$

Таким образом середина максимума для длины $\lambda_2 = \lambda + \delta\lambda$ наложится на край максимума для длины λ_1.

$$k(\lambda + \delta\lambda) = \left(k + \frac{1}{N}\right)\lambda \;\Rightarrow\; k\delta\lambda = \frac{\lambda}{N} \text{ и } k = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN \quad \boxed{R = kN}$$

Таким образом $R \sim k$ и $R \sim N$.

(Рисунок)

(Рисунок)

(Рисунок)

Дифракционные решетки бывают прозрачные и отражательные. Отражательные решетки наносятся алмазным резцом на металлическую поверхность. Теория таких решеток ничем не отличается от рассмотренной.

Лучшие решетки имеют до 1200 штрихов на 1 мм (d ~ 0,8 мкм). Спектры вторичных порядков при таком периоде уже невидимы.

в) Дифракция на пространственной решетке.

Рентгеновское излучение представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение (λ). Дифракция рентгеновских лучей наблюдается на пространственной решетке.

Через узлы кристаллической решетки проведем ряд плоскостей, отстоящих друг от друга на расстояние d, равное периоду решетки:

(Рисунок)

плоские вторичные волны, отразившиеся от различных атомных слоев будут когерентными а потому будут интерферировать между собой подобно волнам, посланным в данном направлении различными щелями дифракционной решетки. При этом вторичные волны будут практически погашать друг друга во всех направлениях, кроме тех, для которых разность хода лучей кратна λ:

$\Delta = 2d\sin\theta$, где $\theta = 90 - \varphi$ - угол скольжения. Следовательно max:

$2d\sin\theta = \pm k\lambda$ - формула Вульфа – Брегга.

Можно провести множество атомных плоскостей. Каждая система слоев может дать дифракционный максимум, если для нее выполняется условие максимума.

Но <u>заметную интенсивность дают те максимумы, которые получаются за счет отражения от слоев, достаточно густо усеянных атомами</u>.

Используют: для изучения состава рентгеновского излучения (рентгеновская спектрология), для изучения структуры кристаллов, и т. д.