Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Вологодский государственный технический университет

Кафедра физики

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Учебное пособие для самостоятельной работы студентов
и индивидуальные домашние задания по физике

ЧАСТЬ 1

Вологда
2012

УДК 53(07.072)

Физические основы механики, молекулярная физика и термодинамика. Учебное пособие для самостоятельной работы студентов и индивидуальные домашние задания по физике. Часть 1. - Вологда: ВоГТУ, 2012. - 73 с.

Учебное пособие написано в соответствии с программой курса физики. В первой части пособия «Физические основы механики, молекулярная физика и термодинамика» содержится 450 задач по всем темам этих разделов. Пособие рекомендуется для студентов-бакалавров направлений подготовки 270800 (строительство), 140100 (теплоэнергетика и теплотехника), а также других инженерных специальностей и направлений подготовки с трёхсеместровым курсом физики, обучающихся в ВоГТУ. Пособие предназначено для самостоятельной работы студентов. Оно содержит задачи для индивидуальных домашних заданий, примеры решения задач по каждой теме и краткий теоретический материал (основные законы и формулы), который может быть полезен не только при решении задач, но и при подготовке к зачётам и экзаменам.

Утверждено редакционно-издательским советом ВоГТУ

Составитель: Л.А.Кузина, канд.физ.-мат.наук, доцент

Рецензент: В.А.Горбунов, доктор физ.-мат. наук, профессор,
зав. кафедрой ИТ

Требования к оформлению и общие методические указания по выполнению индивидуальных домашних заданий.

1. Студентам, изучающим курс физики в течение трёх семестров, необходимо решить в течение семестра 15 задач по первой части пособия.
2. Номер варианта совпадает с порядковым номером фамилии студента в журнале.
3. Номер первой задачи равен номеру варианта. Номера следующих задач назначает преподаватель после защиты предыдущей.
4. Задания должны выполняться последовательно по пройденным темам. Сроки представления решенных задач объявляются преподавателем.
5. Задачи оформляются в письменном виде на отдельных листах. Решение каждой задачи необходимо начинать с новой страницы.
6. Требуется указать номер варианта и номер задачи по нумерации пособия.
7. Условие задачи переписывается полностью, без сокращений.
8. Решение записывается в стандартном виде:

Дано:	Решение:
Найти:	

Ответ:

9. Все физические величины необходимо выразить в системе единиц СИ.
10. Сделать рисунок, схему, если это необходимо.
11. Сформулировать основные законы, записать формулы, на которых базируется решение. Обосновать возможность их применения в условиях данной задачи. Составить полную систему уравнений для решения задачи.
12. Получить окончательное выражение искомой величины в общем виде. Проверить размерность.
13. Подставить числовые данные и рассчитать искомую величину.
14. Проанализировать полученный результат.
15. Записать ответ.
16. Каждую задачу требуется защитить устно на собеседовании, продемонстрировав владение материалом; то есть полностью объяснить решение задачи (обосновать решение, сформулировав использованные физические законы и определения).

Раздел I. Механика

1. Кинематика

1а. Кинематика поступательного движения

$\vec{v}_{ср.} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ – средняя скорость

$v_{ср.} = \dfrac{S}{t}$ – средняя скорость вдоль траектории

$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ – мгновенная скорость

$v = \dfrac{dS}{dt}$ – величина мгновенной скорости

$v_x = \dfrac{dx}{dt}$ – проекция скорости на ось OX

$\vec{a}_{ср.} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ – среднее ускорение

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ – мгновенное ускорение

$a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$ – проекция ускорения на ось OX

$\vec{v}_{абс.} = \vec{v}_{пер.} + \vec{v}_{отн.}$; $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$ – закон сложения скоростей

Равнопеременное движение ($\vec{a} = const$):

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{\vec{a}\cdot t^2}{2}$ – радиус-вектор материальной точки;

$\Delta S = v_0 t + \dfrac{a_\tau \cdot t^2}{2}$; $\Delta S = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a_\tau}$; $\Delta S = \dfrac{v + v_0}{2} t$ – длина пути;

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ – скорость при равнопеременном движении.

Примеры решения задач

Задача 1.

Начальная скорость брошенного под некоторым углом к горизонту камня равна 10 м/с, а спустя 0.5 с скорость камня равна 7 м/с. На какую максимальную высоту над начальным уровнем поднимется камень?

Дано:
v_0=10 м/с
v=7 м/с
t=0.5 с

Найти:
h=?

Решение

Максимальная высота подъема тела, брошенного под углом к горизонту, может быть найдена из общей формулы пути при равнопеременном движении в проекции на вертикальную ось

$$h = S_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y};$$

с учетом, что в наивысшей точке траектории отсутствует вертикальная составляющая скорости v_y=0, а $a_y = -g$:

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g}. \quad (1)$$

Неизвестную проекцию начальной скорости на вертикальную ось v_{0y} можно найти из формулы скорости при равнопеременном движении $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ в проекции на вертикальную ось:

$$v_y = v_{0y} - gt \quad (2)$$

и теоремы Пифагора для полной скорости в начальный момент времени и спустя время t после начала движения:

$$v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2, \quad (3)$$

$$v^2 = v_{0x}^2 + v_y^2. \quad (4)$$

Здесь учтено, что проекция скорости на горизонтальную ось $v_x = v_{0x} + a_x t$ не изменяется, так как $a_x = 0$. Вычтем почленно (4) из (3), и с учетом (2) получим:

$$v_0^2 - v^2 = 2v_{0y}gt - (gt)^2. \quad (5)$$

Из (5) находим v_{0y}: $v_{0y} = \frac{v_0^2 - v^2 + (gt)^2}{2gt} = \frac{10^2 - 7^2 + (9{,}8 \cdot 0.5)^2}{2 \cdot 9.8 \cdot 0.5} = 7.65 м/с$.

Далее из (1) находим высоту подъема: $h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{7.65^2}{2 \cdot 9.8} = 2.99 м$.

Ответ: h=2.99 м.

Задача 2.

Дано:
$x=5t+0.8t^3$
Δt=5с

Найти:
a_0=?
v_0=?
$a_{ср.}$=?

Уравнение движения тела имеет вид $x=5t+0.8t^3$. Определить ускорение и скорость тела в начальный момент времени, а также среднее ускорение за первые 5 секунд движения.

Решение

Поскольку $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, то

$$v = \frac{dx}{dt} = 5 + 0.8 \cdot 3t^2. \quad (1)$$

Далее, из $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ получим

$$a = \frac{dv}{dt} = 2.4 \cdot 2t = 4.8t\,. \qquad (2)$$

Подставив в (1) и (2) t=0, найдем v_0=5 м/с, a_0=0 м/с^2.

Среднее ускорение находим по определению $\vec{a}_{ср.} = \frac{\Delta \vec{\mathrm{v}}}{\Delta t}$, то есть $a_{ср.} = \frac{\Delta \mathrm{v}}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t}$, где скорость в момент времени t=5с находим из (1): $v_t = v_5 = 5 + 2.4 \cdot 5^2 = 65$ м/с. Окончательно $a_{ср.} = \frac{65-5}{5} = 12 м/с^2$.

Ответ: a_0=0 м/с^2; v_0=5 м/с; $a_{ср.}$=12 м/с^2.

1. Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через 3 с. Какова была начальная скорость тела? На какую высоту поднялось тело?
2. С балкона бросили мячик вертикально вверх с начальной скоростью 5 м/с. Через 2 секунды мячик упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мячика в момент удара о землю.
3. Тело падает вертикально с высоты 19.6 м без начальной скорости. Какой путь пройдет тело за первую 0.1 с своего движения? За последнюю 0.1 с своего движения?
4. Первую половину времени своего движения автомобиль двигался со скоростью 40 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью 80 км/ч. Определить среднюю скорость движения автомобиля.
5. Мотоциклист, имея начальную скорость 10 м/с, стал двигаться с ускорением 1 м/с^2. За какое время он пройдет путь 192 м и какую скорость приобретет в конце пути?
6. Поезд, движущийся со скоростью 72 км/ч, проходит от начала торможения до остановки расстояние 1 км. Чему равно ускорение? Найти скорость поезда у светофора, находящегося в середине тормозного пути.
7. Зависимость координаты тела от времени дается уравнением $x=9t-6t^2+t^3$ (координата – в метрах, время – в секундах). Найти зависимость скорости и ускорения от времени; путь, перемещение, скорость и ускорение тела через 2 секунды после начала движения. Движение прямолинейное.
8. Зависимость координаты тела от времени дается уравнением $x=16-9t^2+2t^3$. Найти среднее значение модуля скорости и величину среднего ускорения тела в интервале времени от 1 секунды до 4 секунд.
9. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения тела имеет вид: $x=2+3t+0.01t^3$ (координата – в метрах, время – в секундах). Каковы скорость и ускорение в моменты времени 0 с и 10 с от начала движения?
10. Тело падает вертикально с высоты 19.6 м без начальной скорости. За какое время тело пройдет первый метр своего пути? Последний метр своего пути?

11. Камень бросили вверх на высоту 10 м. Через сколько времени он упадет на землю? На какую высоту поднимется камень, если начальную скорость камня увеличить вдвое?
12. Тело падает без начальной скорости с высоты 490 м. Определить перемещение тела в последнюю секунду падения.
13. Камень, брошенный горизонтально с высоты 2 м над землей, упал на расстоянии 7 м от точки бросания (по горизонтали). Найти его первоначальную и конечную скорости.
14. Камень брошен горизонтально с высоты 30 м с начальной скоростью 30 м/с. На каком расстоянии по горизонтальному направлению и под каким углом к горизонту он упал?
15. Тело брошено горизонтально с высоты 20 м со скоростью 15 м/с. Через сколько времени тело упадет на землю? На каком расстоянии от места бросания по горизонтали упадет тело и какова будет его скорость в момент падения?
16. Тело, брошенное с башни в горизонтальном направлении, упало на расстоянии 40 м от основания башни под углом 45^0 к горизонту. Найти высоту башни и начальную скорость тела.
17. Тело, брошенное с башни в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с, упало на землю на расстоянии, вдвое большем, чем высота башни. Найти высоту башни.
18. Снаряд вылетел из дальнобойной пушки с начальной скоростью 1000 м/с под углом 30^0 к горизонту. Сколько времени снаряд будет находиться в воздухе? На каком расстоянии от пушки он упадет на землю?
19. Из одинаковых пожарных труб бьют струи воды: одна под углом 45^0 к горизонту, другая – 60^0. Во сколько раз наибольшая высота, достигаемая первой струей, меньше, чем вторая?
20. Мяч бросили со скоростью 10 м/с под углом 40^0 к горизонту. Найти: на какую высоту поднимется мяч; на каком расстоянии от места бросания мяч упадет на землю; сколько времени он будет в движении; под каким углом к горизонту летел мяч на половине максимальной высоты.
21. Тело брошено под углом к горизонту. Продолжительность полета 2.2 с. Найти наибольшую высоту подъема тела.
22. Пароход идет по реке от пункта А до пункта В со скоростью 10 км/ч, а обратно – 16 км/ч. Найти среднюю скорость парохода и скорость течения реки.
23. Движение двух материальных точек выражается уравнениями: $x_1=20+2t-4t^3$ и $x_2=2+2t+0.5t^3$ (координаты в метрах, время в секундах). В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?
24. Первую треть пути автомобиль проехал со скоростью 10 км/ч, вторую треть со скоростью 20 км/ч и последнюю треть – со скоростью 60 км/ч. Определить среднюю скорость движения автомобиля.

25. Тело начинает падать со скоростью 16 м/с, находясь на высоте 200 м. Определить, через сколько времени тело достигнет земли, если начальная скорость направлена: а) вверх; б) вниз. Доказать, что скорость приземления в обоих случаях одинакова.
26. Тело свободно падает и последние 196 м пути проходит за 4 секунды. Сколько времени падало тело? Чему равна высота?
27. Тело брошено под углом 30^0 к горизонту. С какой скоростью было брошено тело и какова горизонтальная дальность его полета, если оно находилось в полете 2 с? Какова максимальная высота подъема тела?
28. Свободно падающее тело в последнюю секунду своего падения проходит половину всего пути. Найти, с какой высоты падает тело; продолжительность его падения.
29. Фонарь, находящийся на расстоянии 3 м от вертикальной стены, бросает на нее световой «зайчик». Фонарь равномерно вращается вокруг вертикальной оси с частотой 0.5 Гц. При вращении фонаря «зайчик» бежит по стене по горизонтальной прямой. Найдите скорость «зайчика» через 0.1 с после того, как луч света был перпендикулярен стене.
30. Скорость тела выражается формулой $v=9-t^2$. Найти путь и перемещение тела через 10 секунд от начала движения.

1б. Кинематика поступательного и вращательного движения

$a_\tau = \dfrac{d\text{v}}{dt}$ – величина тангенциального (касательного) ускорения

$a_n = \dfrac{\text{v}^2}{R}$ – величина нормального (центростремительного) ускорения

$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ – полное ускорение

$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ – модуль полного ускорения

$\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$ – угловая скорость

$\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$ – угловое ускорение

$\Delta S = R\Delta\varphi$; $\text{v} = R\omega$; $a_\tau = R\varepsilon$ – связь линейных и угловых величин (путь, скорость и ускорение)

$\Delta\varphi = 2\pi \cdot N$ – угловой путь

$\omega = 2\pi\nu = \dfrac{2\pi}{T}$ – связь угловой скорости с частотой и периодом вращения

Равнопеременное вращательное движение (ε=const):

$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \dfrac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$ – угловая координата

$$\Delta\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon};\ \Delta\varphi = \frac{\omega + \omega_0}{2}t$$ – угловой путь

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t$$ – угловая скорость

Примеры решения задач

Задача 3.

Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорение точки окружности диска для момента времени 10 с от начала движения, если радиус окружности 0.2 м, а угол между осью OX и радиус-вектором точки изменяется по закону: $\varphi=3-t+0.2t^3$.

Решение

Дано:	
$\varphi=3-t+0.2t^3$ t=10 с R=0.2 м	
Найти: a_τ=? a_n=? a=?	

По формулам $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ и $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ находим угловую скорость и угловое ускорение точки: $\omega = -1+0.2\cdot 3t^2$, $\varepsilon=0.6\cdot 2t$. Из формулы связи углового и линейного тангенциального ускорения найдем: $a_\tau=R\cdot\varepsilon=R\cdot(0.6\cdot 2t)=1.2Rt=1.2\cdot 0.2\cdot 10=24$ м/с^2. Нормальное ускорение найдем из формулы $a_n = \frac{v^2}{R}$, где скорость $v=R\cdot\omega=R\cdot(-1+0.2\cdot 3t^2)=R\cdot(0.6t^2-1)$. Подставим численные значения: $v=0.2\cdot(0.6\cdot 10^2-1)=11.8$ м/с; $a_n = \frac{11.8^2}{0.2} = 696 м/с^2$.

Теперь находим полное ускорение: $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{24^2 + 696^2} = 697 м/с^2$.

Ответ: a_τ=24 м/с^2; a_n=696 м/с^2; a=697 м/с^2.

31. Автомобиль движется по закруглению шоссе, имеющему радиус кривизны 50 м. Длина пути автомобиля выражается уравнением $S=10+10t+0.5t^2$ (путь – в метрах, время – в секундах). Найти скорость автомобиля, его тангенциальное, нормальное и полное ускорения через 5 с после начала движения.
32. Материальная точка движется по окружности радиуса 80 см по закону $S=10t-0.1t^3$ (путь в метрах, время в секундах). Найти скорость, тангенциальное, нормальное и полное ускорения через 2 с после начала движения.
33. По дуге окружности радиуса 10 м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки равно 5 м/с^2, а вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол 60^0. Найти скорость и тангенциальное ускорение точки.
34. Зависимость пройденного телом пути от времени дается уравнением $S=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где C=0.14 м/с^2, D=0.01 м/с^3. Через сколько времени

после начала движения ускорение тела будет равно 1 м/с^2? Чему равно среднее ускорение тела за этот промежуток времени?

35. Тело брошено со скоростью 14.7 м/с под углом 30^0 к горизонту. Найти нормальное и тангенциальное ускорение тела через 1.25 с после начала движения.
36. Тело брошено горизонтально со скоростью 15 м/с. Найти нормальное и касательное ускорение через 1 с после начала движения.
37. Тело брошено со скоростью 10 м/с под углом 45^0 к горизонту. Найти радиус кривизны траектории тела через 1 с после начала движения.
38. Тело брошено со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найти величины v_0 и α, если наибольшая высота подъема тела 3 м и радиус кривизны траектории тела в верхней точке траектории 3 м.
39. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости 20 рад/с через 10 оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса.
40. Маховое колесо спустя 1 минуту после начала вращения приобретает скорость, соответствующую частоте 720 об/мин. Найти угловое ускорение колеса и число оборотов колеса за эту минуту. Вращение считать равноускоренным.
41. Вентилятор вращается со скоростью, соответствующей частоте 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 оборотов. Сколько времени прошло с момента выключения вентилятора до его остановки?
42. Точка движется по окружности радиусом 10 см с постоянным тангенциальным ускорением. Найти тангенциальное ускорение точки, если к концу пятого оборота после начала движения скорость точки стала 79.2 см/с.
43. Точка движется по окружности с постоянным тангенциальным ускорением. Найти нормальное ускорение точки через 20 с после начала движения, если к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки равна 10 см/с.
44. Колесо радиусом 10 см вращается с постоянным угловым ускорением 3.14 рад/с^2. Найти для точек на ободе колеса к концу первой секунды после начала движения угловую скорость; линейную скорость; тангенциальное ускорение; нормальное ускорение; полное ускорение.
45. Точка движется по окружности радиусом 2 см. Зависимость пути от времени дается уравнением $S=0.1t^3$ (путь – в метрах, время – в секундах). Найти нормальное и тангенциальное ускорения точки в момент, когда линейная скорость точки равна 0.3 м/с.
46. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением 2 рад/с^2. Через 0.5 с после начала движения полное ускорение колеса стало равно 13.6 см/с^2. Найти радиус колеса.

47. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где B=1 рад/с, C=1 рад/с^2, D=1 рад/с^3. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно 3.46 м/с^2.
48. Маховое колесо, вращающееся с частотой 240 об/мин, останавливается в течение 30 с. Найти число оборотов, сделанных колесом до полной остановки.
49. На цилиндр, который может вращаться около горизонтальной оси, намотана нить, к концу которой привязан грузик. Двигаясь равноускоренно, грузик за 3 с опустился на 1.5 м. Определить угловое ускорение цилиндра, если его радиус равен 4 см.
50. Тело вращалось равноускоренно с начальной частотой 40 об/мин. После того, как совершилось 20 оборотов телом, частота увеличилась до 120 об/мин. Найти угловое ускорение и время, в течение которого изменялась частота.
51. Шкив радиусом 20 см приводится во вращение грузом, подвешенным на нити, постепенно сматывающейся со шкива. В начальный момент груз был неподвижен, а затем стал опускаться с ускорением 20 см/с^2. Определить угловую скорость шкива в тот момент, когда груз пройдет путь 1 м.
52. Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило свою частоту за 1 минуту от 300 об/мин до 180 об/мин. Найти угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных им за это время. Через какое время колесо остановится?
53. Вал вращается со скоростью, соответствующей частоте 180 об/мин. С некоторого момента вал тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением, численно равным 3 рад/с^2. Через сколько времени вал остановится? Сколько оборотов он сделает до остановки?
54. Точка движется по окружности радиусом 20 см с постоянным тангенциальным ускорением 5 см/с^2. Через сколько времени после начала движения нормальное ускорение точки будет равно тангенциальному?
55. Найти угловое ускорение колеса, если известно, что через 2 с после начала равноускоренного движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол 60^0 с направлением линейной скорости этой точки.
56. Колесо радиусом 0.1 м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi=A+Bt^2+Ct^3$, где B=2 рад/с^2, C=1 рад/с^3. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через 2 с после начала движения: угловую скорость; линейную скорость; угловое ускорение; тангенциальное ускорение; нормальное ускорение; полное ускорение.
57. Колесо радиусом 5 см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где D=1

рад/с^3. Найти для точек, лежащих на ободе колеса, изменение тангенциального ускорения за каждую секунду движения.

58. Колесо радиусом 30 см вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе колеса, от времени движения дается уравнением: v=3t+t^2 (скорость – в м/с, время – в секундах). Найти угол, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса в момент времени 5 с после начала движения.
59. Поезд въезжает на закругленный участок пути с начальной скоростью 54 км/ч и проходит равноускоренно путь 600 м за время 30 с. Радиус закругления 1 км. Найти скорость и полное ускорение поезда в конце этого участка пути.
60. Камень брошен горизонтально со скоростью 10 м/с. Найти нормальное и тангенциальное ускорение камня и радиус кривизны траектории через 3 с после начала движения.

2. Динамика.
2а. Работа, энергия. Законы сохранения

$\vec{a} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{m}$; $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ ($\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$) – второй закон Ньютона

$\vec{p} = m\vec{\mathrm{v}}$ – импульс тела

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ – третий закон Ньютона

$F_{тяг.} = \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}$ – закон всемирного тяготения

$F_{тяж.} = mg$; $F_{упр.} = -k\Delta l$; $F_{тр.} = \mu N$ – силы тяжести, упругости и трения

$P = m(g \pm a)$ – вес тела

$\rho = \frac{m}{V}$ – плотность тела

$\vec{r}_{ц.масс} = \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i}$ – радиус-вектор центра масс

Если $\sum_i \vec{F}_i^{внешних} = 0$, то $\sum_i \vec{p}_{i\,нач.} = \sum_i \vec{p}_{i\,кон.}$ – закон сохранения импульса;

$dA = \vec{F}d\vec{S} = FdS\cos\alpha$; $A = \int\vec{F}d\vec{S}$ – работа силы

$P = \frac{dA}{dt}$; $P = \vec{F}\vec{\mathrm{v}}$ мощность

$\eta = \frac{A_{полез.}}{A_{затр.}}$ – коэффициент полезного действия

$\Delta E = A_{внешн.сил}$; $E_{полн.1}=E_{полн.2}+A_{системы\ против\ внешних\ сил}$ – закон изменения полной энергии системы

$E_{мех.1}=E_{мех.2}+A_{системы\ против\ внешних\ сил}+A_{системы\ против\ диссипативных\ сил}$ – закон изменения механической энергии

$E_{кин.} = \dfrac{m\text{v}^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения

$E_{пот.} = mgh$ – потенциальная энергия тела, поднятого над Землей на небольшую высоту ($h \ll R_{Земли}$)

$E_{пот.} = \dfrac{k(\Delta l)^2}{2}$ – потенциальная энергия упруго деформированного тела

$\vec{F} = -gradE_{пот.}$ $\left(F_x = -\dfrac{dE_{пот.}}{dx}\right)$ – связь потенциальной энергии и консервативной силы

Если $\sum\limits_i \vec{F}_i^{внешних} = 0$, то $E_{полн.1} = E_{полн.2}$ – закон сохранения полной энергии

Если $\sum\limits_i \vec{F}_i^{внешних} = 0$ и отсутствуют диссипативные силы, то $E_{механич.1} = E_{механич.2}$ – закон сохранения механической энергии

2б. Упругие свойства твердых тел

$\varepsilon_{\parallel} = \dfrac{\Delta l}{l}$ – относительное удлинение

$\varepsilon_{\perp} = \dfrac{\Delta d}{d}$ – относительное поперечное сжатие

$\sigma = \dfrac{dF}{dS}$ $\left(\tau = \dfrac{dF}{dS}\right)$ – нормальное (тангенциальное) механическое напряжение

$F = k\Delta l$; $\varepsilon_{\parallel} = \dfrac{\sigma}{E}$ – закон Гука

$K_{\Pi} = -\dfrac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}$ – коэффициент Пуассона

$E_{пот.} = \dfrac{k(\Delta l)^2}{2}$ – потенциальная энергия упруго деформированного тела

$w = \dfrac{dW}{dV}$ – объёмная плотность энергии

$\gamma = \dfrac{\tau}{G}$ – закон Гука для деформации сдвига; где γ – деформация сдвига (угол сдвига)

$G = \dfrac{E}{2(1+K_{\Pi})}$; $G \approx 0.4E$ – связь между модулем Юнга и модулем сдвига

Таблица 1. Механические свойства твёрдых тел

Вещество	Плотность ρ, кг/м^3	Модуль Юнга, $E\cdot 10^{-10}$ Па	Предел прочности, $\sigma_{пр}\cdot 10^{-8}$ Па
Алюминий	2600	6.9	1.1
Железо	7900	19.6	6
Латунь	8400	-	-
Медь	8600	11.8	2.4
Платина	21400	-	-
Сталь	7700	21.6	7.85
Цинк	7000	-	-

Примеры решения задач

Задача 4.

С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью 5 км/с. На какую высоту она поднимется?

Дано:
v_0=5000 м/с
$R_{Земли}=6.4\cdot 10^6$ м

Найти:
h=?

Решение

На ракету действует сила притяжения Земли, которая по закону всемирного тяготения равна:

$$F=\gamma\frac{M_З m}{r^2},$$

где m – масса ракеты, $M_З$ – масса Земли, $r=R_{Земли}+h$ – расстояние до центра Земли. Элементарная работа против силы тяжести при перемещении ракеты вверх на dr равна: dA=Fdr; полная работа при перемещении ракеты от поверхности Земли до высоты h рассчитывается интегрированием:

$$A=\int_{R_З}^{r}Fdr=\int_{R_З}^{r}\gamma\frac{M_З m}{r^2}dr=-\gamma\frac{M_З m}{r}\bigg|_{R_З}^{r}=\gamma\cdot M_З m\left(\frac{1}{R_З}-\frac{1}{r}\right).$$

По закону сохранения энергии кинетическая энергия, которой обладала ракета на Земле, будет израсходована на работу против силы притяжения: $\frac{mv_0^2}{2}=A$. Тогда получим уравнение:

$$\frac{m\text{v}_0^2}{2}=\gamma M_З m\left(\frac{1}{R_З}-\frac{1}{r}\right).$$

После сокращения на m и подстановки $r=R_{Земли}+h$ получим выражение для высоты:

$$h=\frac{R_З}{\frac{2gR_З}{\text{v}_0^2}-1}=1.59км.$$

Здесь учтено, что $g = \gamma \dfrac{M_З}{R_З^2}$ - ускорение свободного падения на поверхности Земли.

Ответ: h=1.59 км.

Задача 5.

Однородный медный стержень длиной 1 м равномерно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. При какой частоте вращения стержень разорвется?

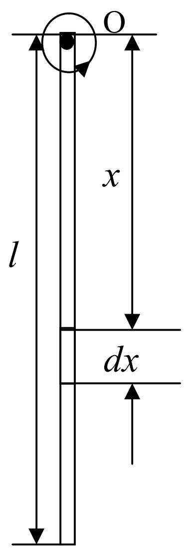

Рис.2

Дано:	Решение
l=1 м $\sigma_{пр}=2.4 \cdot 10^8$ Па ρ=8600 кг/м^3	
Найти: ν=?	

Найдем зависимость силы натяжения F стержня от координаты x. На расстоянии x от оси вращения выделим фрагмент стержня бесконечно малой длины dx и массой

$$dm=\rho S dx.$$

На него действуют силы: сила натяжения стержня F – вверх, сила натяжения стержня $F+dF$ (со стороны нижней части стержня) – вниз и сила тяжести gdm – тоже вниз (рис.2). Запишем второй закон Ньютона для массы dm:

$$adm= F-(F+dF)- gdm,$$

где $a=\omega^2 x$ – центростремительное ускорение. Отсюда

$$dF=-dm(g+ \omega^2 x)= -\rho S dx(g+ \omega^2 x),$$

или:

$$\frac{dF}{dx} = -S\rho\left(g + \omega^2 x\right).$$

Зависимость F(x) теперь можно найти, интегрируя предыдущее выражение или найдя первообразную от выражения $\left(-S\rho\left(g+\omega^2 x\right)\right)$ и учтя очевидное граничное условие: F(l)=0:

$$F(x) = -S\rho\left(gx + \frac{\omega^2 x^2}{2}\right) + S\rho\left(gl + \frac{\omega^2 l^2}{2}\right).$$

Максимальное натяжение будет при x=0:

$$F(0) = S\rho\left(gl + \frac{\omega^2 l^2}{2}\right),$$

а соответствующее механическое напряжение приравняем к пределу прочности:

$$\sigma_{пр.} = \frac{F(0)}{S} = l\rho\left(g + \frac{\omega^2 l}{2}\right).$$

Решаем полученное уравнение относительно угловой скорости и затем находим частоту:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2}{l}\left(\frac{\sigma_{пр.}}{l\rho} - g\right)} = 38\,Гц.$$

Ответ: ν=38 Гц.

61. Камень, пущенный по поверхности льда со скоростью 2 м/с, прошел до полной остановки расстояние 20.4 м. Найти коэффициент трения камня по льду.
62. Граната, летящая со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составляла 60% массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью, равной 25 м/с. Найти скорость меньшего осколка.
63. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием 15 тонн. Орудие стреляет под углом 60^0 к горизонту в направлении движения. Какую скорость приобретет платформа вследствие отдачи, если масса снаряда 20 кг, а его скорость 600 м/с?
64. Камень шлифовального станка имеет на рабочей поверхности скорость 30 м/с. Обрабатываемая деталь прижимается к камню с силой 100 Н, коэффициент трения 0.2. Какая мощность затрачивается на шлифовку?
65. Пуля массой 10 г, летящая с горизонтальной скоростью 400 м/с, попадает в мешок с ватой массой 4 кг, висящий на длинной нити. Определить, на какую высоту поднимется мешок, если пуля застрянет в нем, и долю кинетической энергии, которая будет израсходована на пробивание ваты.
66. Шар массой 10 кг сталкивается с шаром массой 4 кг. Скорость первого шара 4 м/с, второго – 12 м/с. Найти общую скорость шаров после удара в двух случаях: 1) когда малый шар догоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) когда шары движутся навстречу друг другу. Удар прямой, центральный, абсолютно неупругий.
67. Если на верхний конец вертикально расположенной пружины положить груз, то она сожмется на 3 мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на верхний конец пружины с высоты 8 см?
68. Молот массой 5 кг ударяет по небольшому куску железа, лежащему на наковальне. Масса наковальни 100 кг. Удар абсолютно неупругий. Определить КПД удара молота при данных условиях. Массой куска железа пренебречь.
69. Тело массой 0.5 кг движется прямолинейно, причем координата изменяется по закону $x=A–Bt+5t^2–t^3$ (время – в секундах, координата – в метрах). Найти силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

70. Стальной шарик массой 20 г, падая с высоты 1 м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту 81 см. Найти импульс силы, полученный плитой за время удара, и количество теплоты, выделившейся при ударе.
71. Какую работу нужно выполнить для того, чтобы равномерно передвинуть по полу ящик массой 50 кг на 4.5 м, нажимая на него руками под углом 30 градусов к горизонту? Коэффициент трения 0.2.
72. Пуля массой 9 г, летящая со скоростью 500 м/с, попадает в доску, установленную перпендикулярно направлению полета пули, и углубляется в нее на 6 см. Определить среднюю силу сопротивления доски движению пули.
73. Две пружины жесткостью 0.5 кН/м и 1 кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации 4 см. Решить ту же задачу для последовательно соединенных пружин.
74. Самолет массой 2 тонны летит на высоте 500 м со скоростью 80 м/с. Летчик выключает двигатель, и самолет в планирующем полете достигает поверхности земли, касаясь ее со скоростью 40 м/с. Определить работу сил сопротивления во время спуска самолета.
75. При растяжении медной проволоки, поперечное сечение которой равно 1.5 мм^2, начало остаточной деформации наблюдалось при нагрузке 4.5 кг. Каков предел упругости материала проволоки?
76. Каким должен быть предельный диаметр стального троса, чтобы он выдержал нагрузку 1 т?
77. Найти относительное изменение плотности цилиндрического медного стержня при сжатии его давлением 10^8 Па. Коэффициент Пуассона для меди принять равным 0.34.
78. К стальной проволоке радиусом 1 мм подвешен груз 100 кг. На какой наибольший угол можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении этим грузом положения равновесия?
79. Какой наибольший груз может выдержать стальная проволока диаметром 1мм, не выходя за предел упругости 294 МПа? Какую долю первоначальной длины составляет удлинение проволоки при этом грузе?
80. К вертикальной проволоке длиной 5м и площадью поперечного сечения 2 мм^2 подвешен груз массой 5.1кг. В результате проволока удлинилась на 0.6 мм. Найти модуль Юнга материала проволоки.
81. К стальному стержню длиной 3 м и диаметром 2 см подвешен груз массой 25 тонн. Определить напряжение в стержне, относительное и абсолютное удлинения стержня.
82. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть на 1 мм стальной стержень длиной 1 м и площадью поперечного сечения, равной 1 см^2?
83. Стержень из стали длиной 2 м и площадью поперечного сечения 2 см^2 растягивается некоторой силой, причем удлинение равно 0.4 см. Вычислить потенциальную энергию растянутого стержня и объемную плотность энергии.

84. На какую высоту поднимается камень массой 30г, выпущенный вертикально вверх из рогатки, резиновый жгут которой сечением 0.2 см^2 и длиной 30 см был растянут на 20 см? Сопротивление воздуха не учитывать. Модуль Юнга для резины 7.8 МПа.
85. Определить относительное удлинение алюминиевого стержня, если при его растяжении затрачена работа 6.9 Дж. Длина стержня 1 м, площадь поперечного сечения 1 мм^2 модуль Юнга для алюминия 69 ГПа.
86. Горизонтальный железный стержень длиной 150 см вращается около вертикальной оси, проходящей через его середину. При какой частоте оборотов он может разорваться?
87. Гирька весом 4.9 Н, привязанная к резиновому шнуру, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Частота вращения гирьки 2 Гц. Угол отклонения резинового шнура от вертикали равен 30°. Найти длину нерастянутого резинового шнура. Для растяжения шнура на 1 см требуется сила 6.0 Н.
88. Найти энергию упругой деформации стального стержня массой 3.1 кг, который растянут так, что его относительное удлинение равно $1.0 \cdot 10^{-3}$.
89. Железная проволока длиной 5 м висит вертикально. На сколько изменится объем проволоки, если к ней привязать гирю массой 10 кг? Коэффициент Пуассона для железа принять равным 0.3.
90. Определить работу растяжения стальной проволоки длиной 2 м и радиусом 3 мм под действием груза 200 кг.

3. Динамика вращательного движения. Работа, энергия при вращательном движении. Законы сохранения энергии и момента импульса

$\vec{M} = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right]$ ($M = Fl$) – момент силы

$I = \int\limits_m r^2 dm$ ($I = \sum\limits_i m_i r_i^2$) – момент инерции тела

$I_{мат.точки} = mr^2$ – момент инерции материальной точки

$I_{кольца} = mR^2$; $I_{цилиндра} = \dfrac{mR^2}{2}$; $I_{толст.кольца} = \dfrac{m}{2}\left(R_1^2 + R_2^2\right)$; $I_{шара} = \dfrac{2mR^2}{5}$;

$I_{C\,стержня} = \dfrac{ml^2}{12}$ – моменты инерции тел относительно оси, проходящей через центр масс; $I_{стержня} = \dfrac{ml^2}{3}$ – момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец

$I = I_c + md^2$ – теорема Штейнера

$\varepsilon_z = \dfrac{\sum M_z}{I_z}$ – закон динамики вращательного движения

$\vec{L} = \left[\vec{r} \times \vec{p}\right]$; $\vec{L} = I\vec{\omega}$ – момент импульса материальной точки; тела;

$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ $(\Delta\vec{L} = \vec{M}\Delta t)$ – закон динамики вращательного движения в импульсной форме

Если $\sum_i \vec{M}_i = 0$, то $\sum_i \vec{L}_{i\,нач.} = \sum_i \vec{L}_{i\,кон.}$ – закон сохранения момента импульса

$dA = Md\varphi$ – работа при вращательном движении

$E_{кин.} = \frac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения

Примеры решения задач

Задача 6.

Дано:
m_1=0.1 кг m_2=0.11 кг m=0.4 кг
Найти: a=? T_1=? T_2=?

Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузы массой 0.1 кг и 0.11 кг. С каким ускорением будут двигаться грузы? Найти силы натяжения шнура по обе стороны блока. Масса блока 0.4 кг.

Решение

Запишем второй закон Ньютона для поступательного движения в проекции на вертикальную ось, направленную вверх, для обоих грузиков (рис.1):

$$m_1 a = T_1 - m_1 g; \qquad (1)$$

$$-m_2 a = T_2 - m_2 g; \qquad (2)$$

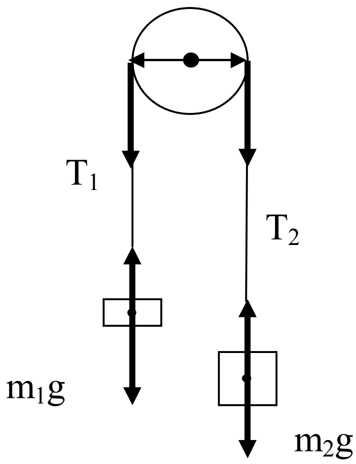

Рис.1

Здесь учтено, что модули ускорений обоих грузов одинаковы, так как шнур считаем нерастяжимым.

За положительное направление вращения блока примем вращение по часовой стрелке; запишем для него закон динамики вращательного движения:

$$I\varepsilon = M_2 - M_1, \qquad (3)$$

где I – момент инерции сплошного диска (или цилиндра):

$$I = \frac{mR^2}{2}; \qquad (4)$$

ε – угловое ускорение блока, связано с линейным ускорением обода блока и шнура (предполагаем, что проскальзывания нет):

$$a = R\varepsilon, \qquad (5)$$

здесь R – радиус блока; модули моментов сил натяжения шнура относительно оси вращения:

$$M_1 = R \cdot T_1, \qquad (6)$$

$$M_2 = R \cdot T_2 \qquad (7)$$

Решая систему уравнений (1-7), получим:

$$\frac{mR^2}{2}\frac{a}{R} = R\left(m_2\left(g-a\right)-m_1\left(a+g\right)\right),$$

откуда находим ускорение:

$$a = g\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \dfrac{m}{2}} = 0.24 м/с^2,$$

а затем из (1) и (2) – силы натяжения шнура:

$T_1=m_1(a+g)=1.0$ Н; $T_2=m_2(g-a)=1.05$ Н.

Ответ: $a=0.24$ м/с^2; $T_1= 1.0$ Н; $T_2=1.05$ Н.

Задача 7.

Шар массой 1 кг, катящийся без скольжения со скоростью 10 см/с, ударяется о стенку и откатывается от нее со скоростью 8 см/с. Найти количество теплоты, выделившейся при ударе.

Дано:
m=1 кг $v_0=0.1$ м/с v=0.08 м/с
Найти: Q=?

Решение

Будем считать стенку массивной и неподвижной. Тогда по закону сохранения энергии выделившаяся при ударе теплота равна изменению механической энергии шара:

$$Q=E-E_0. \tag{1}$$

Полная кинетическая энергия катящегося тела равна сумме кинетической энергии поступательного движения центра масс тела и кинетической энергии вращательного движения тела относительно центра масс, так как качение тела является суперпозицией этих двух движений:

$$E_{\text{кин.}} = \frac{m\text{v}^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \tag{2}$$

Так как качение происходит без проскальзывания, то линейная скорость движения центра масс и угловая скорость вращения связаны соотношением:

$$\text{v}=\omega R, \tag{3}$$

где R – радиус шара, I – момент инерции шара относительно оси, проходящей через центр масс:

$$I = \frac{2mR^2}{5}. \tag{4}$$

Подставив (3) и (4) в (2), получим формулу для энергии катящегося шара:

$$E = \frac{m\text{v}^2}{2} + \frac{2mR^2}{5}\frac{\left(\dfrac{\text{v}}{R}\right)^2}{2} = \frac{m\text{v}^2}{2} + \frac{m\text{v}^2}{5} = 0.7m\text{v}^2. \tag{5}$$

Аналогично, начальная кинетическая энергия шара:

$$E_0 = 0.7m\text{v}_0^2. \tag{6}$$

Подставляем (5) и (6) в (1) и получаем искомую теплоту:

$$Q = 0.7m\left(v^2 - v_0^2\right) = 0.7 \cdot 1 \cdot \left(0.1^2 - 0.08^2\right) = 2.52 мДж$$

Ответ: Q=2.52 мДж.

91. Маховик, момент инерции которого равен 63.6 кг·м^2, вращается с угловой скоростью 31.4 рад/с. Найти тормозящий момент, под действием которого маховик останавливается через 20 с.
92. Маховик радиусом 20 см и массой 10 кг соединен с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно 14.7 Н. Какова будет частота вращения через 10 с после начала движения? Маховик считать однородным диском.
93. Диск массой 500 г и диаметром 400 мм вращается с угловой скоростью 157 с$^{-1}$. При торможении он останавливается в течение 10 с. Найти среднюю величину тормозящего момента.
94. Маховик, имеющий вид диска массой 50 кг и радиусом 0.4 м, вращался, делая 240 об/мин. После начала торможения маховик остановился через 10 с. Найти момент сил трения.
95. На вал массой 20 кг намотана нить, к концу которой привязан груз массой 1 кг. Определить ускорение груза, опускающегося под действием силы тяжести.
96. Определить линейную скорость центра шара, скатывающегося без скольжения с наклонной плоскости высотой 1 м.
97. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив, радиус которого 5 см. На шкив намотан шнур, к которому привязана гиря массой 1 кг. Опускаясь равноускоренно из состояния покоя, гиря прошла путь 2 м за 1.4 с. Определить момент инерции маховика.
98. Нить с привязанными к ее концам грузами массой 50 г и 60 г перекинута через блок диаметром 4 см. Определить момент инерции блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение 1.5 рад/с^2.
99. Цилиндрический вал радиусом 10 см и массой 200 кг вращается по инерции, делая 5 об/с. К поверхности вала прижали тормозную колодку с силой 40 Н. Через 20 с вал остановился. Определить коэффициент трения.
100. По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром 75 см и массой 40 кг приложена сила 10 Н. Определить угловое ускорение и частоту вращения маховика через 10 с после начала действия силы, если радиус шкива 12 см. Силой трения пренебречь.
101. Двум одинаковым маховикам сообщили одинаковую угловую скорость 63 рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения первый маховик остановился через 1 минуту, а второй сделал до остановки 360 оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз?
102. Маховик, массу которого 5 кг можно считать распределенной по ободу радиусом 20 см, свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр, с частотой 12 об/с. При торможении

маховик останавливается через 20 с. Найти тормозящий момент сил и число оборотов, которое сделает маховик до полной остановки.

103. Вал в виде сплошного цилиндра массой 10 кг насажен на горизонтальную ось. На цилиндр намотан шнур, к свободному концу которого подвешена гиря массой 2 кг. С каким ускорением будет опускаться гиря, если ее предоставить самой себе?

104. На барабан радиусом 50 см намотан шнур, к которому привязан груз массой 10 кг. Найти момент инерции барабана, если груз опускается с ускорением 2.04 $м/с^2$.

105. Найти линейные ускорения движения центров тяжести: 1) шара; 2) диска; 3) обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Угол наклона плоскости 30^0, начальная скорость всех тел равна нулю. Сравнить найденные ускорения с ускорением тела, соскользнувшего с этой наклонной плоскости при отсутствии трения.

106. Однородный диск радиусом 20 см и массой 5 кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени дается уравнением ω=A+8t (время дано в секундах, угловая скорость – в рад/с). Найти величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.

107. Два маленьких шарика массами 40 г и 120 г соединены стержнем длиной 20 см, массой которого можно пренебречь. Система вращается относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его центр масс. Частота оборотов равна 3 $с^{-1}$. Определить момент импульса системы.

108. Найти момент инерции и момент импульса земного шара относительно оси вращения.

109. Маховик, обладающий моментом инерции 4 $кг \cdot м^2$, вращается под действием постоянного тормозящего момента и уменьшает частоту вращения от 600 до 120 об/мин за 2 мин. Вычислить угловое ускорение маховика; тормозящий момент; работу торможения; число оборотов за время торможения.

110. Горизонтальная платформа массой 100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, делая 10 об/мин. Человек массой 60 кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым однородным диском, а человека – точечной массой. Какую работу совершает при этом человек? Радиус платформы 1.5 м.

111. Платформа в виде диска массой 160 кг вращается по инерции, делая 10 рад/с. На краю платформы стоит человек массой 80 кг. Какова будет угловая скорость платформы, если человек перейдет в ее центр?

112. Человек стоит в центре скамьи Жуковского, вращающейся с частотой 0.5 об/с. Момент инерции тела человека вместе с платформой относительно оси вращения равен 0.25 $кг \cdot м^2$. В вытянутых руках он держит гири массой

по 2 кг каждая. Расстояние между гирями 1.6 м. С какой угловой скоростью будет вращаться скамья с человеком, если он опустит руки, и расстояние между гирями станет равным 0.6 м?

113. Маховик в виде диска массой 80 кг и радиусом 30 см находится в состоянии покоя. Какую работу нужно совершить, чтобы сообщить маховику частоту вращения 10 об/с? Какую работу пришлось бы совершить, если бы при такой же массе диск имел меньшую толщину, но вдвое больший радиус?
114. Найти кинетическую энергию велосипедиста, едущего со скоростью 9 км/ч. Масса велосипедиста вместе с велосипедом 78 кг, причем на массу колес приходится 3 кг. Колеса считать обручами.
115. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить частоту вращения однородного диска радиусом 0.5 м относительно его оси от 200 до 400 об/мин? Масса диска 10 кг.
116. Сплошной цилиндр массой 4 кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость оси цилиндра равна 1 м/с. Определить кинетическую энергию цилиндра.
117. Диск массой 1 кг и диаметром 60 см вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно его плоскости, делая 125 рад/с. Какую работу надо совершить, чтобы остановить диск?
118. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью 2 м/с. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет своей кинетической энергии? Синус угла наклона горки равен 0.01.
119. Маховик вращается с частотой 10 об/с; его кинетическая энергия 8 кДж. За какое время вращающий момент сил 50 Н·м, приложенный к этому маховику, увеличит угловую скорость маховика в два раза?
120. Карандаш, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую и линейную скорость будет иметь в конце падения: середина карандаша; верхний его конец? Длина карандаша 15 см.
121. Шар диаметром 6 см и массой 250 г катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения 4 Гц. Найти кинетическую энергию шара.
122. Медный шар радиусом 10 см вращается с частотой 2 об/с вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара вдвое? Плотность меди 8900 кг/м^3.
123. С какой наименьшей высоты должен съехать велосипедист, чтобы по инерции (без трения) проехать дорожку, имеющую форму «мертвой петли» радиусом 3 м, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Масса велосипедиста вместе с велосипедом 75 кг, причем на массу колес приходится 3 кг. Колеса считать обручами.
124. Сплошной цилиндр массой 2 кг, катящийся без скольжения со скоростью 0.09 м/с, ударяется о массивную стенку и откатывается от нее со скоростью 0.05 м/с. Найти количество теплоты, выделившейся при ударе.

125. Маховик равноускоренно разгоняется за 1 минуту до 300 об/мин. Определить действующий на маховик момент силы, если на разгон требуется энергия 1000 Дж.
126. Колесо, вращаясь равнозамедленно при торможении, уменьшило за 1 минуту частоту вращения от 300 до 180 об/мин. Момент инерции колеса 2 $кг \cdot м^2$. Найти угловое ускорение колеса, тормозящий момент, работу торможения и число оборотов за 1 мин.
127. В центр шара массой 5 кг и радиусом 5 см, висящий на невесомой нерастяжимой нити длиной 10 см, попадает пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 500 м/с, и застревает в нем. На какую высоту поднимется центр шара с застрявшей пулей?
128. Однородный стержень массой 12 кг и длиной 1 м может вращаться относительно горизонтальной оси, проходящей через один конец. Во второй свободно висящий конец попадает пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 500 м/с, и застревает в нем. На какой угол отклонится стержень от вертикали?
129. К ободу однородного диска радиусом 20 см приложена постоянная касательная сила 98.1 Н. При вращении на диск действует момент сил трения 5 $Н \cdot м$. Найти массу диска, если он вращается с постоянным угловым ускорением 100 $рад/с^2$.
130. Однородный стержень длиной 1 м и массой 0.5 кг вращается в горизонтальной плоскости вокруг оси, проходящей через середину стержня. Вращающий момент равен 0.0981 $Н \cdot м$. Найти угловое ускорение.
131. Через блок, имеющий форму полого диска с внутренним и внешним радиусами 2 см и 4 см соответственно, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузики массой 1 кг и 1.2 кг. Найти угловое ускорение блока. Какова сила натяжения шнура по обе стороны блока? Масса блока 2 кг.
132. Тонкостенный цилиндр диаметром 30 см и массой 12 кг вращается так, что зависимость угла поворота от времени имеет вид: $\varphi=4-2t+0.2t^3$ (время – в секундах, угол – в радианах). Определить действующий на цилиндр момент сил в момент времени 3 с.
133. Тело из состояния покоя приводится во вращательное движение вокруг своей оси с помощью падающего груза, соединенного со шнуром, намотанным на ось. Определить момент инерции тела, если груз массой 2 кг в течение 12 с опускается на расстояние 1 м. Радиус оси 8 мм.
134. Маховик, имеющий вид диска массой 50 кг и радиусом 20 см, был раскручен до частоты 480 об/мин и предоставлен самому себе. Под влиянием трения маховик остановился. а) Найти момент сил трения, считая его постоянным, если маховик остановился через 50 с. б) Найти момент сил трения, считая его постоянным, если маховик до полной остановки сделал 200 оборотов.

135. Блок массой 1 кг укреплен на конце стола. Гири одинаковой массы 1 кг соединены нитью, перекинутой через блок. Одна гиря находится на поверхности стола, вторая свешивается со стола. Коэффициент трения первой гири о стол равен 0.1. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силы натяжения нити по обе стороны блока. Блок считать однородным диском.
136. Тело массой 2 кг и радиусом 5 см скатывается с наклонной плоскости длиной 2 м и углом наклона 30^0. Определить его момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс, если скорость в конце наклонной плоскости 3.3 м/с.
137. Массивное колесо, насаженное на ось, поддерживается двумя закрепленными параллельными вертикальными нитями (маятник Максвелла). Ось вращения колеса горизонтальна. Нити постепенно раскручиваются с оси, а колесо опускается. Определите силу натяжения каждой из нитей, если масса колеса вместе с осью 1 кг, момент инерции относительно этой оси $2.5\cdot10^{-3}$ кг$\cdot$м^2 и радиус оси 5 мм. Какова будет сила натяжения каждой нити, когда колесо, опустившись до конца и продолжая вращаться по инерции, начнет накручивать нити на ось и подниматься?
138. Два одинаковых шара радиусом 5 см закреплены на концах тонкого стержня, массой которого можно пренебречь. Расстояние между центрами шаров 50 см. Масса каждого шара 1 кг. Найти: 1) момент инерции этой системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно ему; 2) момент инерции этой системы относительно той же оси, считая шары материальными точками; 3) относительную ошибку, допускаемую при вычислении момента инерции системы в предположении, что шары можно считать материальными точками.
139. Шар, радиус которого равен r, скатывается по наклонному желобу и описывает «мертвую петлю» радиусом R. Пренебрегая трением качения и сопротивлением воздуха, найдите наименьшую начальную высоту h центра масс шара над центром петли, при которой это возможно.
140. Платформа в виде сплошного диска радиусом 1.5 м и массой 180 кг вращается по инерции вокруг вертикальной оси с частотой 10 об/мин. В центре платформы стоит человек массой 60 кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?
141. Столб высотой 4 м из вертикального положения падает на землю. Определить момент импульса столба относительно точки опоры и скорость верхнего конца столба в момент удара о землю. Масса столба 60 кг.
142. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом 1 м, стоит человек. Масса платформы 100 кг, масса человека 50 кг. Платформа может вращаться около вертикальной оси, проходящей через

центр. С какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью 2 м/с относительно платформы?

143. Однородный шар массой 2 кг и радиусом 4 см скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 30^0. Найти кинетическую энергию шара через 7 с после начала движения.
144. Однородный стержень длиной 85 см подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую наименьшую скорость надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?
145. Найти линейные скорости движения центров тяжести: 1) шара; 2) диска; 3) обруча, скатившихся без скольжения с наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости 50 см, начальная скорость всех тел равна нулю. Сравнить найденные скорости со скоростью тела, соскользнувшего с этой наклонной плоскости при отсутствии трения.
146. Якорь мотора делает 1500 об/мин. Определить вращающий момент, если мотор развивает мощность 500 Вт.
147. Вентилятор вращается со скоростью, соответствующей 300 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 оборотов. Работа сил трения равна 44.4 Дж. Найти момент инерции вентилятора и момент сил торможения.
148. Определить толщину нити, на которой подвешена рамка зеркального гальванометра, если под действием вращающего момента 0.3 пН·м она поворачивается на угол, равный 2°. Длина нити 10 см. Модуль сдвига материала нити 6.5 ГПа.
149. Найти момент пары сил, необходимый для закручивания проволоки длиной 10 см и радиусом 0.1 мм на угол 10 минут. Модуль сдвига материала проволоки равен $5 \cdot 10^9$ Па.
150. Вычислить момент сил, которые вызывают закручивание стальной трубы длиной 3 м на угол 2^0 вокруг ее оси, если внутренний и внешний диаметры трубы равны 30 мм и 50 мм соответственно.

4. Механические колебания и волны

$x = A\cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$; $\mathrm{v} = \dfrac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$; $a = \dfrac{d\mathrm{v}}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$ – смещение из положения равновесия, скорость и ускорение колеблющейся точки

$\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ – дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$F = -\omega^2 mx = -kx$ – возвращающая сила при гармонических колебаниях

$T_{пруж.} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; $T_{матем.} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; $T_{физ.маятн.} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$;

$T_{крут.маят.} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k_{крут.}}}$ – период колебаний пружинного, математического, физического и крутильного маятников (здесь $k_{крут.} = -\frac{M}{\alpha}$ – модуль кручения)

$E_{полн.} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$; $\frac{m\,\mathrm{v}^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$ – закон сохранения энергии

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$; $\varphi_0 = arctg\frac{A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02}}{A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02}}$ – амплитуда и начальная фаза результирующего колебания при сложении однонаправленных колебаний одинаковой частоты;

$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - 2\frac{xy}{A_1A_2}\cos(\Delta\varphi) = \sin^2(\Delta\varphi)$ – уравнение траектории точки, колеблющейся с одинаковыми частотами в перпендикулярных направлениях

$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$ – дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – круговая частота собственных незатухающих колебаний

$\beta = \frac{r}{2m}$ – коэффициент затухания

$F_{сопр.} = -r\,\mathrm{v}$ – сила сопротивления при затухающих колебаниях

$x = A_0e^{-\beta\cdot t}\cos\left(\omega_{затух.}t + \varphi_0\right)$ – уравнение затухающих колебаний

$\omega_{затух.} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – круговая частота затухающих колебаний

$A(t) = A_0e^{-\beta\cdot t}$ – амплитуда затухающих колебаний

$\lambda = \ln\frac{A_n}{A_{n+1}} = \beta\cdot T$ – логарифмический декремент затухания

$Q = \frac{\pi}{\lambda}$ – добротность

$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0\cos(\omega t)$ (здесь $f_0 = \frac{F_0}{m}$) – дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$x = A\cos(\omega \cdot t - \varphi_0)$; $\quad A = \dfrac{f_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$; $\quad \varphi_0 = arctg\dfrac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$ – смещение из положения равновесия, амплитуда и фаза вынужденных колебаний

$\omega_{рез.} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ – резонансная частота

$s = A\cos(\omega t - kx)$, $\; s = \dfrac{A}{r}\cos\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)$ – уравнения плоской и сферической волн

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{\omega}{\text{v}}$ – волновое число (модуль волнового вектора)

$\lambda = \text{v}T = \dfrac{\text{v}}{\nu}$ – длина волны

$\text{v}_{звук.прод.} = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$; $\text{v}_{звук.попер.} = \sqrt{\dfrac{G}{\rho}}$ – скорость распространения продольных и поперечных волн в твердом теле

$\text{v}_{газ.} = \sqrt{\dfrac{\gamma \cdot RT}{\mu}}$ – скорость звука в газе (для воздуха $\gamma = 1.4$)

$\text{v}_{струна} = \sqrt{\dfrac{F}{\rho \cdot S}}$ – скорость распространения поперечной волны по струне

$I = \dfrac{dW}{\Delta S \cdot dt} = w \cdot \text{v}_{зв.}$ – интенсивность волны ($\text{v}_{зв.}$ – скорость звука)

$w = \dfrac{\rho A^2\omega^2}{2}$ – средняя объемная плотность энергии волны

$\nu' = \nu\,\dfrac{\text{v}_{зв.} \pm \text{v}_{наблюдателя}}{\text{v}_{зв.} \mp \text{v}_{источника}}$ – доплеровский сдвиг частоты; здесь верхние знаки – для сближающихся источника звука и наблюдателя, нижние – для удаляющихся

Примеры решения задач.

Задача 8.

Дано:	
m=0.2 кг r=0.5 кг/с k=50 Н/м	Найти частоту колебаний груза массой m=0.2 кг, подвешенного на пружине и помещенного в масло, если коэффициент сопротивления в масле r=0.5 кг/с, а коэффициент жесткости пружины k=50 Н/м .
Найти: ν=?	

Решение

Колебания груза в масле являются затухающими, их круговая частота:

$$\omega_{затух.} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

где $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ – круговая частота собственных незатухающих колебаний; $\beta = \dfrac{r}{2m}$ – коэффициент затухания. Тогда частота затухающих колебаний $\nu = \dfrac{\omega_{затух.}}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m} - \left(\dfrac{r}{2m}\right)^2} = 2.51\,\text{Гц}$.

Ответ: ν=2.51 Гц.

151. Точка совершает гармонические колебания по закону синуса. В некоторый момент времени смещение точки было равно 7 см. При увеличении фазы вдвое смещение точки стало 12 см. Найти амплитуду колебаний.
152. Написать уравнение гармонических колебаний, если максимальное ускорение точки 49.3 см/с^2, период колебаний 2 с, смещение точки из положения равновесия в начальный момент времени 25 мм.
153. На тело, совершающее гармонические колебания с периодом 1 с и начальной фазой $\pi/6$, действует максимальная возвращающая сила 17.5 Н. При этом полная энергия колебаний 2.85 Дж. Написать уравнение колебаний. Колебания происходят по закону косинуса.
154. Математический маятник массой 100 г совершает гармонические колебания по закону $x=0.25\sin(2\pi t)$ (смещение из положения равновесия - в метрах, время – в секундах). Определить натяжение нити в момент времени t=T/2.
155. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид: $x=0.05\sin(2t)$ (смещение из положения равновесия - в метрах, время – в секундах). В момент, когда на точку действовала возвращающая сила 5 мН, точка обладала потенциальной энергией 0.1 мДж. Найти фазу колебаний в этот момент времени.
156. Логарифмический декремент затухания математического маятника равен 0.2. Найти, во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за одно полное колебание, то есть за время t=T.
157. Чему равен логарифмический декремент затухания математического маятника, если за 1 минуту амплитуда колебаний уменьшилась в два раза? Длина маятника 1 м.
158. Логарифмический декремент затухания колебаний маятника равен 0.003. Сколько полных колебаний должен сделать маятник, чтобы амплитуда уменьшилась в 2 раза?
159. К неподвижной опоре подвесили пружину жесткостью K=100 Н/м с грузом массой m=50 г. Пружину растянули на 10 см и, отпуская, подтолкнули вдоль оси пружины в направлении положения равновесия, сообщив грузу скорость υ_0=2 м/с. Далее пружина с грузом предоставлены

сами себе. Записать уравнение колебаний, определить амплитуду колебаний. Сопротивлением среды пренебречь.

160. При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковой частотой и амплитудами, равными 0.02 и 0.04 м, получается гармоническое колебание с амплитудой 0.05 м. Найти разность фаз складываемых колебаний.

161. На тонкой нити длиной 1 м подвешен шар радиуса r=0.1 м. Определить относительную погрешность в определении периода колебаний, если маятник считать математическим.

162. Период колебаний крутильного маятника, состоящего из тонкого кольца массой $5 \cdot 10^{-2}$ кг, соединенного спиральной пружиной с осью вращения, равен T=4 с. Определить радиус кольца при жесткости пружины $K=10^{-2}$ Н·м. Трением пренебречь.

163. Начальная амплитуда колебаний математического маятника A_0=0.2 м. Амплитуда после 10 полных колебаний A_{10}=0.01 м. Определить логарифмический декремент затухания и коэффициент затухания, если период колебаний T=5 с. Записать уравнение колебаний.

164. Однородный стержень совершает малые колебания в вертикальной плоскости около горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Длина стержня 50 см. Найти период колебаний стержня.

165. Ось вращения стержня проходит на расстоянии 10 см от его конца. Длина стержня 50 см. Найти период малых колебаний.

166. Обруч диаметром 56.5 см висит на гвозде, вбитом в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний обруча.

167. Однородный диск радиусом R подвешен за край. Чему равна частота его малых колебаний относительно точки подвеса?

168. Период колебаний крутильного маятника T_1=4 с. Если на расстоянии R=0.5 м от оси колебаний к нему прикрепить шар массой m=0.3 кг, причем радиус шара много меньше расстояния R, то период колебаний станет равным T_2=8 с. Определить момент инерции маятника.

169. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 минуту уменьшилась вдвое. Во сколько раз она уменьшится за 3 минуты?

170. Математический маятник длиной 24.7 см совершает затухающие колебания. Через сколько времени энергия колебаний маятника уменьшится в 9.4 раза? Логарифмический декремент затухания равен 1.

171. Звуковые колебания с частотой 500 Гц и амплитудой 0.25 мм распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Найти скорость распространения колебаний и максимальную скорость частиц воздуха.

172. Две машины движутся навстречу друг другу со скоростями 20 и 10 м/с. Первая машина дает сигнал с частотой 800 Гц. Какой частоты сигнал услышит водитель второй машины до встречи машин и после встречи?

173. Неподвижный источник испускает монохроматический звук. К нему приближается стенка со скоростью 0.33 м/с. Скорость распространения

звука в среде 330 м/с. Как и на сколько процентов изменяется длина волны звука при отражении от стенки?

174. Ружейная пуля летит со скоростью 200 м/с. Во сколько раз изменится частота тона свиста пули для неподвижного наблюдателя, мимо которого пролетает пуля? Скорость звука принять 333 м/с.
175. Имеется закрытая с одного конца труба длиной 1 м. Определить собственные частоты колебаний воздуха в трубе, положив скорость звука равной 340 м/с.
176. Отверстие в торце замочного ключа имеет глубину 17 мм. Если дуть вблизи торца в направлении, перпендикулярном к оси отверстия, в столбе воздуха, находящегося в отверстии, возникают звуковые колебания. Чему равна частота основного тона колебаний?
177. По прямому шоссе едет со скоростью 60 км/ч легковой автомобиль. Его догоняет движущаяся со скоростью 90 км/ч спецмашина с включенным звуковым сигналом частотой 1 кГц. Сигнал какой частоты будут слышать пассажиры автомобиля? Скорость звука 340 м/с.
178. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями 72 км/ч и 54 км/ч. Первый поезд дает свисток с частотой 600 Гц. Найти частоту звука, который слышит пассажир второго поезда: а) перед встречей поездов, б) после встречи поездов.
179. Звуковая волна с частотой 5 кГц испускается в направлении тела, которое приближается к источнику звука со скоростью 3.3 м/с. Найти частоту отраженной волны и изменение частоты.
180. Определить силу натяжения струны, при которой основным тоном стальной струны диаметром 0.5 мм и длиной 50 см будет ля первой октавы (частота 440 Гц). Плотность стали 7800 кг/м^3.

5. Механика жидкостей и газов

$S_1 \mathrm{v}_1 = S_2 \mathrm{v}_2$ – уравнение неразрывности

$p = \dfrac{dF}{dS}$ – давление

$p_{гидростат.} = \rho g h$ – гидростатическое давление

$F_{Арх.} = \rho_{ж} V_{погр.} g$ – закон Архимеда

$\rho g h + \dfrac{\rho \cdot \mathrm{v}^2}{2} + p = const$ – уравнение Бернулли

$F = -\eta \dfrac{d\mathrm{v}}{dx} S$ – сила вязкого трения между слоями жидкости или газа

$\nu = \dfrac{\eta}{\rho}$ – кинематическая вязкость

$\mathrm{Re} = \dfrac{\langle \mathrm{v} \rangle \cdot d}{\nu}$ – число Рейнольдса

$\vec{F}_{Стокса} = -6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vec{\mathrm{v}}$ – закон Стокса

$Q = \dfrac{dV}{dt} = S \cdot \mathrm{v}$ – объемный расход

$Q = \dfrac{\pi \cdot r^4 \Delta p}{8\eta l}$ – формула Пуазейля

Примеры решения задач

Задача 9.

В трубе с внутренним диаметром 3 см течет вода. Определить максимальный массовый расход воды при ламинарном течении. Вязкость воды 0.001 Па·с. Ламинарность движения жидкости сохраняется при числе Рейнольдса.

Дано:
d=3 см
η=0.001 Па·с
$Re_{кр.}$=3000
Найти:
Q_m=?

Решение

Массовый расход жидкости – это, аналогично объемному расходу, масса жидкости, протекающей через сечение трубы за единицу времени:

$$Q_m = \frac{dm}{dt}.$$

Так как $m=\rho V$, то

$$Q_m = \rho \frac{dV}{dt}. \tag{1}$$

Считаем течение ламинарным вплоть до критического числа Рейнольдса, тогда

$$\mathrm{Re}_{кр.} = \frac{<\mathrm{v}> \cdot d}{\nu}, \tag{2}$$

где кинематическая вязкость связана с динамической:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}, \tag{3}$$

а средняя скорость движения жидкости v позволит найти путь, пройденный частицами воды за время dt: $dl=\mathrm{v}dt$ и объем протекшей через поперечное сечение S за это время жидкости:

$$dV=Sdl=S\mathrm{v}dt. \tag{4}$$

Решая систему уравнений (1-4), получим: $\mathrm{Q_m} = \rho \cdot \dfrac{dV}{dt} = \dfrac{S \cdot \mathrm{v} \cdot \mathrm{dt}}{dt} = \rho \cdot S \cdot \mathrm{v}$, далее $Q_m = \rho \cdot S \cdot \dfrac{\mathrm{Re}_{кр} \cdot \nu}{d} = \rho \cdot S \cdot \dfrac{\mathrm{Re}_{кр} \cdot \eta}{\rho d} = S \cdot \dfrac{\mathrm{Re}_{кр} \cdot \eta}{d}$. Наконец, выразим площадь сечения трубы через диаметр: $S = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4}$, тогда

$$Q_m = S \frac{\mathrm{Re}_{кр} \cdot \eta}{d} = \frac{\pi \cdot d \cdot \mathrm{Re}_{кр} \cdot \eta}{4} = \frac{3.14 \cdot 0.03 \cdot 3000 \cdot 0.001}{4} = 0.071 кг/с.$$

Ответ: Q_m=0.071 кг/с.

181. Давление ветра на стену равно 200Па. Определить скорость ветра, если он дует перпендикулярно стене. Плотность воздуха равна 1.29 кг/м^3.
182. Струя воды диаметром 2см, движущаяся со скоростью 10 м/с, ударяется о неподвижную плоскую поверхность, поставленную перпендикулярно струе. Найти силу давления струи на поверхность, считая, что после удара о поверхность скорость частиц воды равна нулю.
183. Вода течет в горизонтально расположенной трубе переменного сечения. Скорость воды в широкой части трубы 0.2 м/с. Определить скорость в узкой части трубы, диаметр которой в 1.5 раза меньше диаметра широкой части трубы.
184. В широкой части горизонтально расположенной трубы нефть течет со скоростью 2 м/с. Определить скорость нефти в узкой части, если разность давлений в широкой и узкой частях ее равна 6.65 кПа. Плотность нефти $0.9 \cdot 10^3$ кг/м^3.
185. В горизонтально расположенной трубе с площадью поперечного сечения 20 см^2 течет вода. В одном месте труба имеет сужение, в котором площадь сечения 12 см^2. Разность уровней воды в двух манометрических трубках, установленных в широкой и узкой частях трубы, равна 8 см. Определить объемный расход жидкости.
186. Горизонтальный цилиндр насоса имеет диаметр 5 см. В нем движется со скоростью 1 м/с поршень, выталкивая воду через отверстие диаметром 2 см. С какой скоростью будет двигаться вода из отверстия? Каково будет избыточное давление воды в цилиндре?
187. К поршню шприца, расположенного горизонтально, приложена сила 15 Н. Определить скорость истечения воды из наконечника шприца, если площадь поршня 2 см^2.
188. Струя воды с площадью поперечного сечения 4 см^2 вытекает в горизонтальном направлении из брандспойта, расположенного на высоте 2 м над поверхностью Земли, и падает на эту поверхность на расстоянии 8 м. Пренебрегая сопротивлением воздуха движению воды, найти избыточнее давление воды в рукаве, если площадь поперечного сечения рукава 50 см^2.
189. На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на расстоянии h_1 от дна сосуда и на расстоянии h_2 от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На каком расстоянии от сосуда (по горизонтали) струя воды падает на стол в случаях: 1) h_1=25 см, h_2=16 см; 2) h_1=16 см, h_2=25 см?
190. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого равен 1 мм и длина 1.5 см. В сосуд налит глицерин, вязкость которого 1.0 Па$\cdot$с, плотность 1260 кг/м^3. Уровень глицерина в сосуде поддерживается постоянным на высоте 18 см выше

капилляра. Какое время потребуется на то, чтобы из капилляра вытек объем глицерина 5 мл?

191. Вода течет по круглой гладкой трубе диаметром 5 см со средней по сечению скоростью 0.1 м/с. Определить число Рейнольдса для потока жидкости в трубе и указать характер течения жидкости, если критическое значение числа Рейнольдса для водных систем 2000, а коэффициент динамической вязкости воды 0.001 Па·с.
192. По трубе течет машинное масло. Максимальная скорость, при которой движение масла в трубе остается еще ламинарным, равна $3.2 \cdot 10^{-2}$ м/с. При какой скорости движение глицерина в той же трубе переходит из ламинарного в турбулентное? Коэффициент динамической вязкости машинного масла и глицерина 0.5 Па·с и 1.48 Па·с соответственно, а плотности $0.9 \cdot 10^3$ кг/м^3 и $1.26 \cdot 10^3$ кг/м^3.
193. Вода течет по круглой гладкой трубе диаметром 6 см со скоростью 10 см/с. Чему равно для этого потока воды в трубе число Рейнольдса? Каков характер движения воды? Вязкость воды 0.001 Па·с.
194. Вода течет по трубе, причем за 1 с через поперечное сечение трубы протекает объем воды 200 мл. Динамическая вязкость воды 0.001 Па·с. При каком предельном значении диаметра трубы движение воды остается ламинарным? Ламинарность движения жидкости или газа в цилиндрической трубе сохраняется при числе Рейнольдса $Re<3000$.
195. При движении шарика радиусом 2.4 мм в касторовом масле ламинарное обтекание наблюдается при скорости, не превышающей 10 см/с. При какой минимальной скорости шарика радиусом 1 мм в глицерине обтекание станет турбулентным? Плотность касторового масла и глицерина $0.96 \cdot 10^3$ кг/м^3 и $1.26 \cdot 10^3$ кг/м^3; динамическая вязкость 0.987 Па·с и 1.48 Па·с соответственно.
196. Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля диаметром 0.3 мм, если динамическая вязкость воздуха $1.72 \cdot 10^{-5}$Па·с?
197. Пробковый шарик радиусом 5 мм всплывает в сосуде, наполненном касторовым маслом, с постоянной скоростью 3.5 см/с. Найти динамическую и кинематическую вязкость масла, если плотность масла и пробки 900 кг/м^3 и 200 кг/м^3 соответственно.
198. Стальной шарик падает в широком сосуде с трансформаторным маслом, плотность которого 900 кг/м^3 и динамическая вязкость 0.8 Па·с. Считая, что закон Стокса имеет место при числе Рейнольдса $Re<0.5$ (если при вычислении Re в качестве d взять диаметр шарика), найти предельное значение диаметра шарика. Плотность стали 7800 кг/м^3.
199. Медный шарик диаметром 1 см падает с постоянной скоростью в касторовом масле. Является ли движение масла, вызванное падением в нем шарика, ламинарным? Критическое значение числа Рейнольдса при падении шарика принять равным 0.5. Плотность меди и касторового масла

8900 кг/м^3 и 900 кг/м^3 соответственно; динамическая вязкость касторового масла 1.2 Па·с.

200. Бак высотой 1.5 м наполнен до краев водой. На расстоянии 1 м от верхнего края бака образовалось отверстие малого диаметра. На каком расстоянии от бака падает на пол струя, вытекая из отверстия?
201. Площадь соприкосновения слоев текущей жидкости 10 см^2, коэффициент динамической вязкости жидкости равен 10^{-3} Па·с, а возникающая сила трения между слоями 0.1 мН. Определить градиент скорости.
202. Бак высотой 2 м до краев наполнен жидкостью. На какой высоте должно быть проделано отверстие в стенке бака, чтобы место падения струи, вытекающей из отверстия, было на максимальном от бака расстоянии?
203. В дне цилиндрического сосуда диаметром 50 см имеется круглое отверстие диаметром 1 см. Найти зависимость скорости понижения уровня воды в сосуде от высоты этого уровня. Найти значение этой скорости при высоте уровня воды 20 см.
204. В сосуд льется вода, причем за 1 с наливается объем воды 0.2 л. Каким должен быть диаметр отверстия в дне сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне 8.3 см?
205. В боковую поверхность цилиндрического сосуда радиусом 2 см вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого равен 1 мм и длина 1.5 см. В сосуд налито касторовое масло, вязкость которого 1.2 Па·с, плотность – 970 кг/м^3. Найти зависимость скорости понижения уровня касторового масла в сосуде от высоты h этого уровня над капилляром. Найти значение этой скорости при h=26 см.
206. На столе стоит сосуд, в боковую поверхность которого вставлен горизонтальный капилляр на высоте 5 см от дна сосуда. Внутренний радиус капилляра равен 1 мм и длина 1 см. В сосуд налито машинное масло, вязкость которого 0.5 Па·с, а плотность 900 кг/м^3. Уровень масла в сосуде поддерживается постоянным на высоте 50 см выше капилляра. На каком расстоянии от конца капилляра по горизонтали струя масла падает на стол?
207. Считая, что ламинарность движения жидкости или газа в цилиндрической трубе сохраняется при числе Рейнольдса Re<3000 (если в качестве d взять диаметр трубы), показать, что при кинематической вязкости газа $1.33 \cdot 10^{-6}$ м^2/с, текущего по трубе диаметром 2 см, течение будет ламинарным. Плотность газа 7.5 кг/м^3. За 30 мин через поперечное сечение трубы протекает 0.51 кг газа. Газ считать несжимаемым.
208. Латунный шарик диаметром 0.5 мм падает в глицерине. Определить 1) скорость установившегося движения шарика; 2) является ли при этом значении скорости обтекание шарика ламинарным? Плотность латуни и глицерина $8.55 \cdot 10^3$ кг/м^3 и $1.26 \cdot 10^3$ кг/м^3 соответственно; динамическая вязкость глицерина 1.48 Па·с. Критическое значение числа Рейнольдса при падении шарика принять равным 0.5.

209. Свинцовая пуля в виде шарика диаметром 5 мм движется в воздухе. Принимая плотность воздуха равной 0.0012 г/см^3, определите число Рейнольдса, если мгновенная скорость пули равна 300 м/с. С каким ускорением движется при этой скорости пуля? Массой вытесненного воздуха и наличием поля тяготения пренебречь. Принять, что при турбулентном обтекании твердого тела сила лобового сопротивления вычисляется по формуле $F=cS\text{v}^2\rho$, где безразмерный коэффициент c для шара равен 0.25, S – наибольшая площадь сечения тела в направлении, перпендикулярном скорости v, ρ – плотность среды. Динамическая вязкость воздуха $1.72\cdot10^{-5}$ Па$\cdot$с, плотность свинца 11300 кг/м^3.

210. На тележке стоит цилиндрический сосуд, наполненный водой. Высота воды в сосуде 1 м. В сосуде с противоположных сторон по ходу тележки сделано два крана с отверстиями площадью 10 см^2 каждое, одно на высоте 0.25 м над дном сосуда, а другое на высоте 0.5 м. Какую горизонтальную силу нужно приложить к тележке, чтобы она осталась в покое при открытых кранах?

Раздел II. Молекулярная физика и термодинамика

6. Молекулярная физика
6а. Идеальный газ

$\nu = \dfrac{m}{\mu} = \dfrac{N}{N_A}$ – количество вещества (число молей)

$pV = \nu RT$; $p = nkT$ – уравнение Менделеева-Клапейрона

$n = \dfrac{N}{V}$ – концентрация молекул

$R = kN_A$ – универсальная газовая постоянная

$p = \sum\limits_i p_i$ – закон Дальтона

$p = \dfrac{1}{3} m_0 n \text{v}_{кв.}^2$ – давление, оказываемое газом на стенки сосуда

$\text{v}_{кв.} = \sqrt{\dfrac{3RT}{\mu}}$ – средняя квадратичная скорость

$\langle E \rangle_0 = \dfrac{1}{2}kT$ – средняя энергия, приходящаяся на одну степень свободы молекулы

$\langle E \rangle_{пост.} = \dfrac{3}{2}kT$ – средняя энергия поступательного движения молекулы

$U_{пост.} = \nu \dfrac{3}{2} RT$ – суммарная кинетическая энергия поступательного движения молекул газа

$\langle E \rangle_{вр.} = \dfrac{i_{вр.}}{2} kT$ – средняя энергия вращательного движения молекулы

$U_{вр.} = \nu \dfrac{i_{вр.}}{2} RT$ – суммарная кинетическая энергия вращательного движения молекул газа

$\langle E \rangle = \dfrac{i}{2} kT$ – средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа

$U = \nu \dfrac{i}{2} RT$ – внутренняя энергия идеального газа

$p = \dfrac{2}{3} n \langle E \rangle_{пост.}$ – основное уравнение молекулярно-кинетической теории для давления

6б. Понятие о классической статистике. Скорости молекул. Распределение молекул по скоростям и энергиям. Барометрическая формула

$\langle x \rangle = \dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$ – среднее арифметическое

$x_{кв.} = \sqrt{\dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i^2}$ – среднее квадратичное

- <u>*Величина может принимать только дискретные значения*</u>

$p_i = \lim \dfrac{N_i}{N}$ при $N \to \infty$ – вероятность того, что величина x принимает значение x_{i}, здесь N – полное число измерений, N_{i} – число опытов, в которых величина x принимает значение x_{i}

$\sum_i p_i = 1$ – условие нормировки

$\langle x \rangle = \sum_i x_i p_i$ – среднее значение величины x, где p_{i} – вероятность того, что величина x принимает значение x_{i}

$p_{i\ \text{или}\ j} = p_i + p_j$ – закон сложения вероятностей, здесь $p_{i\ \text{или}\ j}$ – вероятность получить результат x_i или x_j

$p(x_i,\ y_j) = p(x_i) p(y_j)$ – закон умножения вероятностей, где $p(x_i,\ y_j)$ – вероятность появления x_i одновременно с y_j, причем значение y не зависит от x

$\langle \varphi(x) \rangle = \sum_i \varphi(x_i) p_i$ – среднее значение любой функции $\varphi(x)$

- *Величина принимает непрерывный ряд значений*

$\dfrac{dN(x)}{N} = f(x)dx = dp(x)$ – вероятность того, что результат измерения лежит в интервале (x; $x+dx$), здесь $f(x)$ – функция распределения, N – полное число измерений; $dN(x)$ – число измерений, при которых результат измерения лежит в интервале (x; $x+dx$)

$\langle\varphi\rangle = \int\limits_{\substack{\text{по}\\ \text{области}\\ \text{определения}\\ \text{функции}}} \varphi(x) f(x) dx$ – среднее значение любой функции $\varphi(x)$; здесь $f(x)$ – функция распределения

$\int\limits_{\substack{\text{по}\\ \text{области}\\ \text{определения}\\ \text{функции}}} f(x)dx = 1$ – условие нормировки функции распределения

$\dfrac{dN(\mathrm{v})}{Nd\mathrm{v}} = f(\mathrm{v}) = \left(\dfrac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} 4\pi \cdot \mathrm{v}^2 \exp\left(-\dfrac{m_0 \mathrm{v}^2}{2kT}\right)$ – функция распределения Максвелла молекул по скоростям (доля молекул, имеющих скорости в интервале от v до v+dv вблизи заданной скорости v, в расчете на единичный интервал скоростей)

$\dfrac{dN(\mathrm{v_x})}{Nd\mathrm{v}_x} = \varphi(\mathrm{v_x}) = \left(\dfrac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\dfrac{m_0 \mathrm{v_x^2}}{2kT}\right)$ – функция распределения Максвелла молекул по компоненте скорости (доля молекул, имеющих проекцию $\mathrm{v_x}$ скорости на ось *OX* в интервале от $\mathrm{v_x}$ до $\mathrm{v_x}+d\mathrm{v_x}$ вблизи заданного значения $\mathrm{v_x}$, в расчете на единичный интервал проекции скорости)

$\dfrac{dN(E)}{NdE} = f(E) = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-\frac{3}{2}}\sqrt{E}\exp\left(-\dfrac{E}{kT}\right)$ – функция распределения Максвелла молекул по энергиям (доля молекул, имеющих энергию в интервале от E до $E+dE$ вблизи заданного значения E, в расчете на единичный интервал энергий)

$\mathrm{v}_{кв.} = \sqrt{\dfrac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}$; $\langle\mathrm{v}\rangle = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\cdot\mu}} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi\cdot m_0}}$; $\mathrm{v}_{вер.} = \sqrt{\dfrac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m_0}}$ – скорости молекул газа: средняя квадратичная, средняя арифметическая, наиболее вероятная

$n = n_0 \exp\left(-\dfrac{\Delta E_{пот.}}{kT}\right)$ – распределение Больцмана, здесь n и n_0 – концентрации частиц в состояниях с потенциальными энергиями E и E_0 соответственно, $\Delta E_{пот.} = E - E_0$

$p = p_0 \exp(-\frac{\mu g h}{RT})$, $n = n_0 \exp(-\frac{m_0 g h}{kT})$ – барометрическая формула

Примеры решения задач

Задача 10.

В сосуде при температуре 100^0С и давлении 40 кПа находится 2 м^3 смеси кислорода и сернистого газа (SO_2). Масса сернистого газа 0.8 кг. Определить парциальное давление компонентов смеси и среднюю молярную массу. Относительная атомная масса серы равна 32.

Дано:
t=100^0 С
T=373 K
P=$40 \cdot 10^3$ Па
V=2 м^3
$\mu_1 = 0.032 кг/моль$
m_2=0.8 кг
$\mu_2 = (32 + 2 \cdot 16) \cdot 10^{-3} кг/моль =$
$= 0.064 кг/моль$

Найти:
p_1=?
p_2=?
$\mu_{ср.}$=?

Решение

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме парциальных давлений компонент смеси:

$$P = P_1 + P_2 . \tag{1}$$

Для парциальных давлений кислорода и сернистого газа запишем уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$P_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT , \tag{2}$$

$$P_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT . \tag{3}$$

Сложим почленно (2) и (3) и учтём (1):

$$(P_1 + P_2)V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) RT ,$$

$$PV = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) RT . \tag{4}$$

Запишем уравнение состояния для смеси газов, введя среднюю молярную массу:

$$PV = \frac{m}{\mu_{ср.}} RT , \tag{5}$$

где $m = m_1 + m_2$ – полная масса смеси.

Сравнив (4) и (5), получим выражение для средней молярной масс смеси: $\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) = \frac{m_1 + m_2}{\mu_{ср.}}$, или

$$\mu_{ср.} = \frac{m_1 + m_2}{\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)} . \tag{6}$$

Из (3) получаем давление P_2: $P_2 = \frac{m_2}{\mu_2}\frac{RT}{V} = \frac{0.8}{0.064}\frac{8.31\cdot 373}{2} = 19.4\cdot 10^3\,Па$. Из (1) – давление P_1: $P_1 = P - P_2 = 40\cdot 10^3 - 19.4\cdot 10^3 = 20.6\cdot 10^3\,Па$. Уравнение (2) позволит найти массу m_1: $m_1 = \frac{\mu_1 P_1 V}{RT} = \frac{0.032\cdot 20.6\cdot 10^3\cdot 2}{8.31\cdot 373} = 0.425 кг$. Теперь по (6) можно рассчитать среднюю молярную массу $\mu_{ср.} = \frac{0.425+0.8}{\left(\frac{0.425}{0.032}+\frac{0.8}{0.064}\right)} = 0.0475 кг/моль$.

Ответ: $P_1 = 20.6\cdot 10^3\,Па$, $P_2 = 19.4\cdot 10^3\,Па$, $\mu_{ср.} = 0.0475 кг/моль$.

Задача 11.

Найти число молекул хлора в одном кубическом миллиметре при t=500°С и давлении 10^5 Па, компоненты скорости которых заключены в следующих интервалах: v_x=(200÷205) м/с; v_y=(100÷110) м/с; v_z=(100÷105) м/с. Относительная атомная масса хлора 35.45.

Дано:
t=500°С
T=773 K
$P=10^5$ Па
$\mu = 0.0709 кг/мол$
v_x=200м/с
v_y=100м/с
v_z=100м/с
Δv_x=5 м/с
Δv_y=10 м/с
Δv_z=5 м/с
V=1 мм^3=10^{-6} м^3

Найти:
ΔN=?

Решение

Воспользуемся законом распределения молекул по компонентам скоростей: $\frac{dN(v_x)}{N dv_x} = \varphi(v_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}\right)$, откуда получим вероятность того, что проекция скорости на ось OX лежит в интервале от v_x до $v_x+\Delta v_x$ равна:

$$\Delta p_x = \frac{\Delta N(v_x)}{N} = \varphi(v_x)\Delta v_x = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}\right)\cdot \Delta v_x .$$

Аналогично, для проекций скорости v_y и v_z:

$$\Delta p_y = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v_y^2}{2kT}\right)\cdot \Delta v_y ;$$

$$\Delta p_z = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v_z^2}{2kT}\right)\cdot \Delta v_z .$$

Здесь было использовано то, что $\Delta v_x \ll v_x$, $\Delta v_y \ll v_y$, $\Delta v_z \ll v_z$.

По закону умножения вероятностей вероятность того, что молекула *одновременно* имеет все три проекции скоростей в указанных интервалах, равна произведению вероятностей:

$$\Delta p = \frac{\Delta N}{N} = \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0}{2kT}\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)\right) \cdot \Delta v_x \cdot \Delta v_y \cdot \Delta v_z,$$

откуда искомое число молекул

$$\Delta N = N \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0}{2kT}\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)\right) \cdot \Delta v_x \cdot \Delta v_y \cdot \Delta v_z.$$

Здесь N – полное число молекул в объёме V: $N = n \cdot V$, n – концентрация молекул. Она может быть найдена из уравнения Менделеева-Клапейрона $P = nkT$. Тогда

$$\Delta N = \frac{P}{kT} \cdot V \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0}{2kT}\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)\right) \cdot \Delta v_x \cdot \Delta v_y \cdot \Delta v_z.$$

В последнем выражении остаётся неизвестной только масса одной молекулы; её найдём из закона Авогадро: $m_0 = \frac{\mu}{N_{\text{Ав.}}} = \frac{0.0709}{6.02 \cdot 10^{23}} = 1.18 \cdot 10^{-25}\,\textit{кг}$.

Теперь можно найти искомую величину:

$$\Delta N = \frac{10^5 \cdot 10^{-6}}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 773} \cdot \left(\frac{1.18 \cdot 10^{-25}}{2 \cdot 3.14 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 773}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{1.18 \cdot 10^{-25} \cdot \left(200^2 + 100^2 + 100^2\right)}{2 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 773}\right) \cdot 5 \cdot 10 \cdot 5$$

$\Delta N = 5.3 \cdot 10^{12}$.

Ответ: $\Delta N = 5.3 \cdot 10^{12}$.

211. В сосуде находятся 14 г азота и 9 г водорода при температуре 10^0С и давлении 1 МПа. Найти среднюю молярную массу смеси и объем сосуда.
212. Определить плотность смеси газов, состоящей из 5 молей азота и 10 молей кислорода. Смесь находится в баллоне при 17^0С и давлении 1.5 МПа.
213. Давление и плотность некоторого газа при 17^0С равны 750 мм рт.ст. и $8.2 \cdot 10^{-4}$ г/см^3 соответственно. Что это за газ?
214. Под каким давлением находится в баллоне водород, если емкость баллона 10 литров, а кинетическая энергия поступательного движения всех молекул водорода равна $7.5 \cdot 10^3$ Дж?
215. Под каким давлением находится газ, если средняя квадратичная скорость его молекул 550 м/с, а плотность $9 \cdot 10^{-4}$ г/см^3?
216. Чему равна кинетическая энергия поступательного движения всех молекул, содержащихся в одном моле и в 1 кг гелия при температуре 1000 К?

217. Температура на улице -13^0С, в помещении 22^0С. На сколько изменится давление в газовом баллоне, если баллон внести в помещение? В помещении манометр на баллоне показывал 1.5 МПа.
218. Сколько частиц воздуха находится в комнате площадью 20 $м^2$ и высотой 3 м при температуре 17^0С и давлении 752 мм рт.ст.?
219. Баллон вместимостью 25 л, содержащий воздух под давлением $3 \cdot 10^5$ Па, соединяют с другим баллоном вместимостью 50 л, из которого воздух откачан. Найти установившееся давление воздуха в баллонах, если температура оставалась постоянной.
220. После соединения двух баллонов вместимостью 2 и 3 л давление смеси газов в них стало $2.4 \cdot 10^5$ Па. Определить давление газов в баллонах до их соединения, если в первом баллоне оно было на 50 кПа больше, чем во втором. Процесс изотермический.
221. Одноатомный газ массой 1.5 кг находится под давлением 5 атм и имеет плотность 6 кг/$м^3$. Найти энергию теплового движения молекул газа при этих условиях.
222. Какое число молекул аммиака занимают объем 50 мл при давлении 0.1 атм и температуре 300 К? Какой энергией теплового движения обладают эти молекулы?
223. В первом сосуде объемом 3 л находится газ под давление 202 кПа, а во втором объемом 4 л – 101 кПа. Под каким давлением будет находиться газ, если эти сосуды соединить? Температура в сосудах одинакова и постоянна.
224. В баллоне объемом 10 л находится гелий под давлением 1 МПа при температуре 300 К. После того как из баллона было взято 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до 290 К. Определить давление гелия, оставшегося в баллоне.
225. В сосуде объемом 2 л находится 6 г углекислого газа и 4 г закиси азота (N_2O) при температуре 400 К. Найти давление смеси в сосуде.
226. Смесь гелия и аргона находится при температуре 1.2 Кк. Определить среднюю квадратичную скорость и среднюю кинетическую энергию атомов аргона и гелия. Молярная масса аргона 0.04 кг/моль.
227. Какой объем занимает смесь 1 кг азота и 1 кг гелия при нормальных условиях?
228. В баллоне вместимостью 15 л находится смесь 10 г водорода, 54 г водяного пара и 60 г окиси углерода. Температура смеси 300 К. Определить давление.
229. Смесь азота с массовой долей 87.5 % и водорода с массовой долей 12.5 % находится в сосуде объемом 20 л при температуре 560 К. Определить давление смеси, если масса смеси 8 г.
230. Определить суммарную кинетическую энергию поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде объемом 3 л под давлением 540 кПа.

231. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа, заключенного в сосуде объемом 2 л под давлением 200 кПа. Масса газа 0.3 г.
232. Водород находится при температуре 300 К. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы, суммарную кинетическую энергию вращательного движения всех молекул этого газа и полную кинетическую энергию всех молекул. Количество вещества 0.5 моль.
233. В баллоне объемом 25 л находится водород при температуре 290 К. После того как часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на 0.4 МПа. Определить массу израсходованного газа. Температура постоянна.
234. В сосуде объемом 1.5 л находится смесь азота и водорода при температуре 300 К и давлении 200 кПа. Определить массу смеси и ее компонентов, если массовая доля азота в смеси равна 70%.
235. В сосуде находится смесь кислорода и водорода. Масса смеси 3.6 г. Массовая доля кислорода 60%. Определить количество каждого вещества и всей смеси.
236. В колбе вместимостью 100 мл находится некоторый газ при температуре 300 К. Вследствие утечки из колбы вышло 10^{20} молекул. На сколько понизилось давление газа в колбе?
237. В баллоне емкостью 2 $м^3$ находится смесь азота и окиси азота (NO). Определить массу окиси азота, если масса смеси равна 14 кг, температура смеси 300 К и давление 600 кПа.
238. Определить плотность смеси, состоящей из 4 г водорода 32 г кислорода при температуре 7^0С и давлении 93 кПа.
239. При какой температуре энергия теплового движения атомов гелия будет достаточна для того, чтобы преодолеть земное притяжение и навсегда покинуть атмосферу?
240. Чему равна энергия теплового движения 20 г кислорода при температуре 10^0С? Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения и какая часть - на долю вращательного?
241. Два стрелка одновременно и независимо стреляют в одну цель. Вероятности попадания в цель первым и вторым стрелками равны соответственно 0.8 и 0.7. Найти вероятность того, что цель поразит только первый стрелок.
242. Два стрелка одновременно и независимо стреляют в одну цель. Вероятности попадания в цель первым и вторым стрелками равны соответственно 0.8 и 0.7. Найти вероятность того, что цель останется непораженной.
243. В сосуде находится N молекул. Найти вероятность p того, что в процессе хаотического движения все молекулы соберутся в одной половине сосуда. Найти статистический вес w этого состояния. Вычислить p и w для N=2; 10; $N=N_A$.

244. Величина x может принимать только два значения: x_1 и x_2, причем вероятность первого равна p_1=0.3. Найти среднее значение: а) $\langle x\rangle$; б) $\langle x^3\rangle$ третьей степени величины x.
245. Распределение вероятностей значений некоторой величины x описывается функцией $f=Ax(a-x)$ при $0\le x\le a$. Вне этого интервала f=0, a=10. Найти: а) константу A; б) наиболее вероятное значение x и соответствующее значение функции f; в) средние значения x и x^2 в интервале $(0;a)$.
246. Какая температура соответствует средней квадратичной скорости молекул углекислого газа, равной 720 км/ч?
247. Определить среднюю квадратичную скорость капельки воды радиусом 10^{-6} см, взвешенной в воздухе при температуре 17^0С.
248. Найти среднюю квадратичную скорость молекул воздуха при температуре 17^0С, считая воздух однородным газом с молярной массой 0.029 кг/моль.
249. Найти концентрацию молекул водорода при давлении 266.6 Па, если средняя квадратичная скорость его молекул 2400 м/с.
250. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на 50 м/с?
251. Какой процент молекул обладает скоростями, отличающимися от наиболее вероятной не более чем на 1%?
252. Какой процент молекул обладает скоростями, отличающимися от средней квадратичной не более чем на 1%?
253. Найти число молекул азота в объеме 1 см^3 при н.у., скорости которых лежат в интервале 99÷101 м/с.
254. Найти число молекул азота в объеме 1 см^3 при н.у., скорости которых лежат в интервале 499÷501 м/с.
255. При какой температуре число молекул азота, скорости которых лежат в интервале 299÷301 м/с, равно числу молекул со скоростями в интервале 599÷601 м/с?
256. Найти для газообразного азота при температуре 300 К отношение числа молекул с компонентами скорости вдоль оси OX в интервале 300 ± 0.31 м/с к числу молекул с компонентами скорости вдоль той же оси в интервале 500 ± 0.51 м/с.
257. Азот находится в равновесном состоянии при 421 К. Найти наиболее вероятную скорость молекул. Определить относительное число молекул, скорости которых заключены в пределах: а) от 499.9 до 500.1 м/с; б) от 249.9 до 250.1 м/с; в) от 999.9 до 1001.1 м/с.
258. Найти температуру газообразного азота, при которой скоростям молекул 300 м/с и 600 м/с соответствуют одинаковые значения функции распределения.
259. Вычислить среднюю проекцию скорости $\langle v_x\rangle$ и среднее значение модуля проекции $\langle|v_x|\rangle$, если масса каждой молекулы m_0 и температура газа T.
260. Вычислить наиболее вероятную, среднюю и среднюю квадратичную скорости молекул газа, у которого при нормальном атмосферном давлении плотность 1 г/л.

261. Определить температуру водорода, для которой средняя квадратичная скорость молекул больше их наиболее вероятной скорости на 400 м/с.
262. Найти число молекул хлора в одном кубическом миллиметре при t=500°C и давлении 10^5 Па, компоненты скорости которых заключены в следующих интервалах: v_x=(200÷205) м/с; v_y=(100÷110) м/с; v_z=(100÷105) м/с. Относительная атомная масса хлора 35.45.
263. Смесь водорода и гелия находится при 300 К. При какой скорости молекул значения функции f(v) будут одинаковыми для обоих газов?
264. Идеальный газ состоит из молекул, масса каждой из которых равна m. При какой температуре этого газа число молекул со скоростями в заданном малом интервале (v, v+dv) будет максимально? Найти наиболее вероятную скорость молекул, соответствующую такой температуре.
265. Газ состоит из молекул массой m и находится при температуре T. Найти с помощью функции распределения наиболее вероятную кинетическую энергию E. Соответствует ли $E_{\text{вер.}}$ наиболее вероятной скорости?
266. Определить температуру кислорода, для которой функция распределения молекул по скоростям будет иметь максимум при скорости 420 м/с.
267. Определить скорость молекул, соответствующую максимуму функции распределения при 100°C для водорода, гелия и азота.
268. Какая часть молекул воздуха при температуре 17°C обладает скоростями, отличающимися не больше чем на 0.50 м/с от скорости, равной $v_{\text{вер}}$?
269. Найти число молекул гелия в 1 см^3, скорости которых лежат в интервале от $2.39 \cdot 10^3$ м/с до $2.61 \cdot 10^3$ м/с. Температура гелия 690°C, его плотность $2.16 \cdot 10^{-4}$ кг/м^3.
270. В баллоне, объем которого 10.5 л, находится водород. При температуре 0°C давление водорода 750 мм рт. ст. Найти число молекул водорода, скорости которых лежат в интервале от $1.19 \cdot 10^3$ м/с до $1.21 \cdot 10^3$ м/с.
271. Дана группа частиц, распределение по скоростям которых задано табл. 2.

Таблица 2.

N_i	3	5	7	8	2
v_i, см/с	1	2	3	4	5

Здесь N_i – число частиц, имеющих скорость v_i. Каковы характерные скорости этой системы: среднеквадратичная, средняя арифметическая, наиболее вероятная?
272. Давление воздуха на уровне моря 750 мм рт.ст., а на вершине горы 590 мм рт.ст. Какова высота горы, если температура воздуха равна 5^0C?
273. Предположим, что внутри вертикальной трубы высотой 100 м находится воздух при температуре 500 К; снаружи труба окружена воздухом при температуре 250 К. Труба сверху открыта, а внизу отделена от наружного воздуха заслонкой площадью 300 см^2. Какая сила действует на заслонку, если давление воздуха у верхнего конца трубы равно 740 мм рт.ст.?

274. Каким должно быть давление воздуха на дне скважины глубиной 8 км, если считать, что температура по всей высоте постоянна и равна 300 К, а давление воздуха у поверхности земли равно 1 атм?
275. Сколько весит 1 $м^3$ воздуха: 1) у поверхности Земли; 2) на высоте 4 км? Температуру считать постоянной и равной 0^0С, давление у поверхности 100 кПа.
276. На какой высоте плотность газа составляет 50% от плотности его на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной 0^0С. Задачу решить для: 1) воздуха; 2) водорода.
277. Вблизи поверхности Земли отношение концентраций кислорода и азота в воздухе равно 0.268. Полагая температуру атмосферы не зависящей от высоты и равной 0^0С, определить это отношение на высоте 10 км.
278. На какой высоте плотность газа составляет 75% от плотности его на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной 0^0С. Задачу решить для: 1) воздуха; 2) углекислого газа.
279. В баллоне, объем которого 10.5 л, находится водород. При температуре 0°С давление водорода 750 мм рт. ст. Найти число молекул водорода, скорости которых лежат в интервале от $1.19.10^3$ м/с до $1.21 \cdot 10^3$ м/с при 3000 К.
280. При каком значении скорости пересекаются кривые распределения Максвелла для температур T и $2T$?
281. Какая часть молекул сернистого ангидрида (SO_2) при температуре 200°С обладает скоростями в пределах 210÷220 м/с м/с?
282. Какая часть молекул водорода при температуре 500°С обладает скоростями в пределах 420÷430 м/с?
283. Чистый газообразный кислород находится при температуре 300 К и давлении 2 атм. Найти число молекул в объеме 1 $мм^3$, компоненты скорости которых лежат в следующих пределах: v_x – от 200 до 202 м/с, v_y – от 450 до 455 м/с, v_z – от 299 до 300 м/с.
284. Азот находится при температуре 0 °С. Чему равно относительное число молекул, скорость которых лежит в интервале от 250 до 260 м/с?
285. Найти число молекул хлора в 1 $мм^3$ при температуре 500°С и давлении 10^5 Па, компоненты скорости которых заключены в следующих интервалах: v_x=(200÷205) м/с, v_y=(100÷110) м/с, v_z=(100÷105) м/с. Относительная атомная масса хлора равна 35.45.
286. Чему равно число атомов гелия со скоростями от 1000 до 1010 м/с, содержащихся в шарообразном баллоне диаметром 16 м при 10°С и давлении 0.9 атм?
287. Вычислить средние арифметические скорости молекул водорода, неона и кислорода при 500°С.

288. Зная функцию распределения молекул по скоростям в некотором молекулярном пучке: $f(\mathrm{v})=\left(\dfrac{m_0^2}{2k^2T^2}\right)\mathrm{v}^3\exp\left(-\dfrac{m_0\mathrm{v}^2}{2kT}\right)$, найти выражение для наиболее вероятной скорости.
289. Используя функцию распределения молекул по энергиям, определить наиболее вероятное значение энергии млекул азота при 0^0С.
290. Найти относительное число молекул идеального газа, кинетические энергии которых отличаются от наиболее вероятного значения энергии не более чем на 1%.
291. Потенциальная энергия молекул газа в некотором центральном поле зависит от расстояния r до центра поля как $U(r)=ar^2$, где a – положительная постоянная. Температура газа равна T, концентрация молекул в центре поля n_0. Найти: а) число молекул, находящихся в интервале расстояний $(r, r+dr)$; б) наиболее вероятное расстояние молекул от центра поля.
292. Два стрелка одновременно и независимо стреляют в одну цель. Найти вероятность поражения цели, если вероятности попадания в цель первым и вторым стрелками равны соответственно 0.9 и 0.7. Цель считается пораженной, если в нее попадает хотя бы один стрелок.
293. Функция распределения вероятностей значений некоторой величины x имеет вид $f=Ax$ при $0\le x\le a$. Вне этого интервала $f=0$, $a=2$. Найти A, вычислить значение функции при $x=a$, найти средние значения x и x^2 в интервале $(0,a)$.
294. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекул гелия и азота при одинаковых температурах.
295. Найти среднюю арифметическую, среднюю квадратичную и наиболее вероятную скорости молекул газа, плотность которого при давлении 300 мм рт.ст. равна 0.3 г/л.
296. Во сколько раз число молекул ΔN_1, скорости которых лежат в интервале от $\mathrm{v}_{кв}$ до $\mathrm{v}_{кв}+\Delta\mathrm{v}$, меньше числа молекул ΔN_2, скорости которых лежат в интервале от $\mathrm{v}_{в}+\Delta\mathrm{v}$? Интервал $\Delta\mathrm{v}$ считать достаточно малым.
297. Определить долю молекул идеального газа, энергии которых отличаются от средней энергии поступательного движения молекул при той же температуре не более, чем на 1%.
298. Найти вероятность того, что при температуре 300 К молекулы азота имеют компоненты скорости вдоль осей OX, OY, OZ соответственно в интервале 300 ± 0.30 м/с, 400 ± 0.40 м/с; 500 ± 0.50 м/с.
299. Найти силу, действующую на частицу со стороны однородного поля, если концентрация этих частиц на двух уровнях, отстоящих друг от друга на расстояние 3 см (вдоль поля) отличаются в 2 раза. Температура системы 280 К.

300. Метеорологический шар с водородом перед запуском имеет объем 0.04 м^3. Определить объем шара на высоте 3000 м над местом запуска. Среднюю температуру воздуха на высоте считать равной 7^{0}С.

7. Столкновения молекул. Явления переноса

$\langle z\rangle = \dfrac{\langle \mathrm{v}\rangle}{\langle\lambda\rangle}$; $\langle z\rangle = \sqrt{2}\langle \mathrm{v}\rangle n\pi\cdot d^2$ – среднее число столкновений молекулы с другими молекулами в единицу времени, где d – эффективный диаметр молекулы

$\tau = \dfrac{1}{\langle z\rangle}$ – среднее время свободного пробега

$\langle\lambda\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$ – средняя длина свободного пробега

$\sigma = \pi\cdot d^2$ эффективное сечение молекулы

$\Delta N = -D\dfrac{dn}{dz}\Delta S\Delta t$; $\Delta m = -D\dfrac{d\rho}{dz}\Delta S\Delta t$ – уравнение диффузии

$\Delta p = -\eta\dfrac{d\mathrm{v}}{dz}\Delta S\Delta t$; $\vec F = -\eta\dfrac{d\vec{\mathrm{v}}}{dz}\Delta S$ – закон Ньютона для вязкости

$\Delta Q = -\tau\dfrac{dT}{dz}\Delta S\Delta t$ – уравнение теплопроводности

$D = \dfrac{1}{3}\langle \mathrm{v}\rangle\cdot\langle\lambda\rangle$; $\eta = \dfrac{1}{3}\rho\langle \mathrm{v}\rangle\cdot\langle\lambda\rangle$; $\tau = \dfrac{1}{3}\rho\cdot c_{\mathrm{V}}\langle \mathrm{v}\rangle\cdot\langle\lambda\rangle$ – коэффициенты диффузии, вязкости и теплопроводности для газа; здесь $c_V = \dfrac{C_V}{\mu}$ и $C_V = \dfrac{i}{2}R$ – удельная и молярная теплоемкости идеального газа (i – число степеней свободы молекулы; i=3 для одноатомного газа, i=5 для двухатомного, i=6 – для многоатомного)

Примеры решения задач

Задача 12

Дано:
t=1 с
V=4 мм^3=4$\cdot$10^{-6} м^3
P=10^5 Па
T=273 К
d=0.23 нм=0.23$\cdot$10^{-9} м
μ=0.002 кг/моль

Найти:
Z=?

Найти среднее число всех соударений, которое происходит в течение 1 с между всеми молекулами в 4 мм^3 водорода при нормальных условиях. Эффективный диаметр принять 0.23 нм.

Решение

Если N – полное число молекул, а $\langle z\rangle = \dfrac{\langle \mathrm{v}\rangle}{\langle\lambda\rangle}$ – среднее число соударений в секунду одной молекулы, то искомое полное число соударений в секунду между всеми молекулами равно

$Z = \frac{1}{2}\langle z\rangle \cdot N$. Коэффициент $\frac{1}{2}$ учитывает, что в каждом соударении участвуют две молекулы. Средняя арифметическая скорость молекул $\langle \mathrm{v}\rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$, а средняя длина свободного пробега – $\langle \lambda\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$. Здесь $\sigma = \pi \cdot d^2$ – эффективное сечение молекулы, n – концентрация молекул. Её можно найти из уравнения Менделеева-Клапейрона $P = nkT$: $n = \frac{P}{kT}$. Полное число молекул также выразим через концентрацию: $N = n \cdot V = \frac{PV}{kT}$. Таким образом, для Z получаем: $Z = \frac{1}{2}\frac{\langle \mathrm{v}\rangle}{\langle \lambda\rangle}N = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{8RT}{\pi \cdot \mu}}\sqrt{2} \cdot \frac{P}{kT} \cdot \pi \cdot d^2 \frac{PV}{kT} = 2 \cdot V \cdot \left(\frac{P}{kT} \cdot d\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot RT}{\mu}}$.

Подставим численные значения:

$$Z = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\left(\frac{10^5 \cdot 0.23 \cdot 10^{-9}}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{3.14 \cdot 8.31 \cdot 273}{0.002}} = 5.6 \cdot 10^{29}.$$

Ответ: $Z = 5.6 \cdot 10^{29}\,\frac{1}{c}$.

Задача 13.

Найти коэффициент диффузии газа, если в объеме 1 л находится 10^{22} молекул трехатомного газа. Коэффициент теплопроводности 0.02 Вт/м·К.

Дано:	Решение
V=1 л=10^{-3} м^3 N=10^{22} i=6 τ=0.02 Вт/м·К	Коэффициент диффузии связан со средней арифметической скоростью молекул газа и средней длиной свободного пробега молекул формулой: $D = \frac{1}{3}\langle \mathrm{v}\rangle\langle \lambda\rangle$; а для коэффициента теплопроводности газа имеем: $\tau = \frac{1}{3}\rho \cdot c_V \langle \mathrm{v}\rangle\langle \lambda\rangle$, тогда
Найти: D=?	

$$\tau = \rho \cdot c_V \cdot D. \tag{1}$$

Здесь c_V – удельная теплоёмкость газа:

$$c_V = \frac{C_V}{\mu} = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu}, \tag{2}$$

$\rho = \dfrac{m}{V}$ – плотность газа. Поскольку число молей вещества можно записать как $\nu = \dfrac{m}{\mu} = \dfrac{N}{N_A}$, то $m = \mu \dfrac{N}{N_\text{A}}$, и

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu}{N_\text{A}} \cdot \frac{N}{V}. \tag{3}$$

Из (1), (2) и (3) получим: $D = \dfrac{\tau}{\rho \cdot c_V} = \dfrac{\tau}{\dfrac{\mu \cdot N}{N_\text{A} \cdot V} \cdot \dfrac{i \cdot R}{2\mu}} = \dfrac{\tau \cdot 2 \cdot N_\text{A} \cdot V}{N \cdot i \cdot R}$. Подставим численные значения: $D = \dfrac{\tau \cdot 2 \cdot N_\text{A} \cdot V}{N \cdot i \cdot R} = \dfrac{0.02 \cdot 2 \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-3}}{10^{22} \cdot 6 \cdot 8.31} = 4.8 \cdot 10^{-5}$ и вычислим размерность: $\left[D\right] = \dfrac{\dfrac{Вт}{м \cdot К} \cdot \dfrac{1}{моль} \cdot м^3}{1 \cdot 1 \cdot \dfrac{Дж}{моль \cdot К}} = \dfrac{Вт \cdot м^2}{Дж} = \dfrac{\dfrac{Дж}{с} \cdot м^2}{Дж} = \dfrac{м^2}{с}$.

Ответ: $D = 4.8 \cdot 10^{-5} \dfrac{м^2}{с}$.

301. Найти среднюю длину свободного пробега молекул углекислого газа при температуре 100^0С и давлении 13.3 Па. Диаметр молекулы 0.32 нм.
302. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул CO_2 при температуре 100^0С, если средняя длина свободного пробега молекул 870 мкм.
303. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекулы азота при давлении 53.33 кПа и температуре 27^0С. Эффективный диаметр принять 0.3 нм.
304. Средняя длина свободного пробега молекул кислорода при 300 К равна 41.7 мкм. Определить среднее время свободного пробега молекул в этих условиях.
305. Средняя длина свободного пробега молекул кислорода при температуре 273 К равна 0.1 мкм. Вычислить среднюю арифметическую скорость молекул и число соударений в секунду.
306. При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул водорода равна 2.5 см? Температура 67^0С. Диаметр молекулы водорода 0.23 нм.
307. Баллон емкостью 10 л содержит 1 г водорода. Определить среднюю длину свободного пробега молекул. Диаметр молекулы водорода 0.23 нм.
308. Найти количество столкновений, которые испытывают друг с другом за 1 с все молекулы аргона при температуре 290 К и давлении 0.1 мм рт.ст., находящиеся в сосуде объемом 1 л. Эффективный диаметр молекулы аргона равен 0.29 нм. Молярная масса 0.04 кг/моль.

309. Найти среднее число столкновений в 1 с молекулы некоторого газа, если средняя длина свободного пробега при этих условиях равна 5 мкм, а средняя квадратичная скорость молекул 500 м/с.
310. Определить плотность разреженного водорода, если средняя длина свободного пробега молекул равна 1 см. Эффективный диаметр принять 0.23 нм.
311. В сосуде находится углекислый газ, плотность которого равна 1.7 кг/м^3, средняя длина свободного пробега его молекул 79 нм. Найти диаметр молекул углекислого газа.
312. При нормальных условиях длина свободного пробега молекулы водорода 160 нм. Определить эффективный диаметр молекулы.
313. Найти среднюю длину свободного пробега молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха 0.3 нм.
314. Во сколько раз уменьшится число столкновений в единицу времени в двухатомном газе, если его объем адиабатически увеличить в 2 раза?
315. При температуре 273 К средняя длина свободного пробега молекул кислорода 95 нм. Чему будет равно среднее число столкновений в 1 с молекул кислорода, если сосуд откачать до 0.01 первоначального давления? Температура постоянна.
316. Найти коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега 0.16 мкм.
317. Какое количество теплоты проходит за 1 с через медный стержень с площадью поперечного сечения 10 см^2 длиной 50 см, если разность температур на концах стержня 15 К? Тепловыми потерями пренебречь. Теплопроводность меди 389.6 Вт/м$\cdot$К.
318. Коэффициент вязкости гелия при нормальных условиях $1.89\cdot10^{-5}$ Па$\cdot$с. Вычислить эффективный диаметр его атома.
319. Найти динамическую вязкость гелия при нормальных условиях, если коэффициент диффузии при тех же условиях равен $1.06\cdot10^{-4}$ м^2/с.
320. Коэффициент вязкости углекислого газа при н.у. равен $14\cdot10^{-6}$ Н$\cdot$с/м^2. Найти длину свободного пробега.
321. Толщина деревянной стены равна 12 см. Какой должна быть толщина кирпичной стены, чтобы она обладала такой же теплопроводностью, как деревянная? Коэффициент теплопроводности дерева равен 0.17 Вт/м$\cdot$К, а кирпича 0.69 Вт/м$\cdot$К.
322. В сосуде объемом 2 л находится $4\cdot10^{22}$ молекул двухатомного газа. Коэффициент теплопроводности газа равен 0.014 Вт/м$\cdot$К. Найти коэффициент диффузии при этих условиях.
323. Как изменится вязкость газа, состояние которого далеко от вакуума, при уменьшении объема в 2 раза, если процесс перехода изобарический?
324. Коэффициенты диффузии и вязкости водорода при некоторых условиях равны соответственно $1.42\cdot10^{-4}$ м^2/с и $8.5\cdot10^{-6}$ Н$\cdot$с/м^2. Найти концентрацию молекул водорода при этих условиях.

325. Один конец железного стержня поддерживается при температуре 373 К, другой упирается в лед. Длина стержня 14 см, площадь поперечного сечения 2 см^2. Стержень теплоизолирован так, что потерями теплоты через стенки можно пренебречь. Найти скорость протекания теплоты вдоль стержня (dQ/dt) и массу льда, растаявшего за 40 мин. Коэффициент теплопроводности железа 59 Дж/(м·с·К), удельная теплота плавления льда $3.33 \cdot 10^5$ Дж/кг.

326. Какое количество теплоты проходит в 1 с через медный стержень с площадью поперечного сечения 10 см^2 длиной 50 см, если разность температур на концах стержня 15 К? Тепловыми потерями через стенки пренебречь. Коэффициент теплопроводности меди 380 Дж/(м·с·К).

327. Найти коэффициент диффузии газа, если в объеме 1 л находится 10^{22} молекул трехатомного газа. Коэффициент теплопроводности 0.02 Вт/м·К.

328. Как изменятся коэффициент диффузии и вязкость идеального газа, если объем газа увеличится изотермически в 10 раз?

329. Найти количество азота, прошедшего через площадку 100 см^2 за 10 с, если градиент плотности равен 1.26 кг/м^4. Температура азота 27^{0}С, средняя длина свободного пробега 0.1 мкм.

330. Температура в комнате 293 К, снаружи 253 К. Размеры стены комнаты, выходящей на улицу, 2.7x5 м^2, толщина стены 0.5 м. Какое количество теплоты теряется в 1 с, если коэффициент теплопроводности кирпича 0.7 Вт/м·К? Потерями теплоты через внутренние стены, пол и потолок пренебречь.

8. Термодинамика
8а. Теплоемкость. Изопроцессы

$\Delta Q = \Delta A + \Delta U$ – первое начало термодинамики

$dA = PdV$; $\Delta A_{12} = \int_1^2 PdV$ – работа идеального газа

$C_{тела} = \dfrac{\delta Q}{dT}$; $c = \dfrac{\delta Q}{m \cdot dT}$; $C = \dfrac{\delta Q}{\nu \cdot dT} = \dfrac{\delta Q}{\frac{m}{\mu} \cdot dT}$ – теплоёмкости: тела, удельная, молярная

$C_V = \left(\dfrac{\partial Q_\mu}{\partial T}\right)_V = \left(\dfrac{\partial U_\mu}{\partial T}\right) = \dfrac{dU}{\nu \cdot dT}$; $C_V = \dfrac{R}{\gamma - 1}$; $C_V = \dfrac{i}{2}R$ – молярная теплоемкость идеального газа при постоянном объеме

$C_P = \left(\dfrac{\partial Q_\mu}{\partial T}\right)_P$; $C_P = \dfrac{\gamma \cdot R}{\gamma - 1}$; $C_P = \dfrac{i+2}{2}R$ – молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении

$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ – показатель Пуассона (показатель адиабаты)

$c = \frac{C}{\mu}$ – связь удельной и молярной теплоемкостей

Таблица 3

Процесс	*T=const* Изотерма	*V=const* Изохора	*P=const* Изобара	*S=const* Адиабата
Уравнение процесса	$P_1V_1 = P_2V_2$	$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$ $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$ $T_1P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$
Первое начало термодинамики	$\Delta Q = \Delta A$	$\Delta Q = \Delta U$	$\Delta Q = \Delta A + \Delta U$	$\Delta A = -\Delta U$
ΔA	$\nu RT \ln\frac{V_2}{V_1}$ $\nu RT \ln\frac{P_1}{P_2}$	0	$P\Delta V$ $\nu R\Delta T$	$\frac{P_1V_1}{\gamma-1}\left(1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right)$ $-\nu C_V \Delta T$
ΔU	0	$\nu C_V \Delta T$ $\frac{1}{\gamma-1}V\Delta P$	$\nu C_V \Delta T$ $\frac{1}{\gamma-1}P\Delta V$	$\nu C_V \Delta T$
ΔQ	$\nu RT \ln\frac{V_2}{V_1}$ $\nu RT \ln\frac{P_1}{P_2}$	$\nu C_V \Delta T$	$\nu C_P \Delta T$ $\frac{\gamma}{\gamma-1}P\Delta V$	0
ΔS	$\nu R \ln\frac{V_2}{V_1}$ $\nu R \ln\frac{P_1}{P_2}$	$\nu C_V \ln\frac{T_2}{T_1}$ $\nu C_V \ln\frac{P_2}{P_1}$	$\nu C_P \ln\frac{T_2}{T_1}$ $\nu C_P \ln\frac{V_2}{V_1}$	0

Примеры решения задач

Задача 14

Кислород массой 200 г занимает объем 100 л и находится под давлением 200 кПа. При нагревании газ расширяется при постоянном давлении до объема 300 л, а затем его давление возросло до 500 кПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество теплоты, переданной газу.

Дано:
m=0.2 кг
μ=0.032 кг/моль
V_1 =100 л=0.01 м^3
V_2 =300 л=0.03 м^3
$P_1=2\cdot10^5$ Па
$P_3=5\cdot10^5$ Па
i=5

Найти:
ΔU=?
ΔA=?
ΔQ=?

Решение

График процесса в осях (P, V) дан на рис.1. Процесс 1→2 изобарный; работа при изобарном процессе равна $\Delta A_{12} = P_1 \Delta V_{12} = P_1 \cdot (V_2 - V_1)$. Процесс 2→3 изохорный, и в этом процессе работа не совершается. Таким образом, полная работа

$$\Delta A_{13} = P_1 \cdot (V_2 - V_1). \quad (1)$$

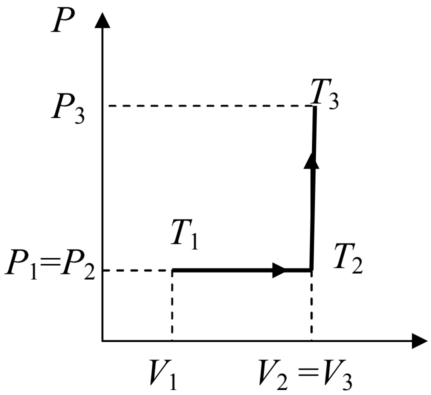

Рис.1

Найдём приращение внутренней энергии при переходе газа из состояния 1 в состояние 3: $\Delta U_{13} = \nu \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot \Delta T_{13} = \nu \cdot \frac{i}{2} \cdot R(T_3 - T_1)$. Преобразуем это выражение и используем уравнение Менделеева-Клапейрона $PV = \nu RT$ для начального и конечного состояний газа: $\Delta U_{13} = \frac{i}{2}(\nu RT_3 - \nu RT_1) = \frac{i}{2}(P_3V_3 - P_1V_1)$. И, наконец, получим:

$$\Delta U_{13} = \frac{i}{2}(P_3V_2 - P_1V_1). \quad (2)$$

Количество теплоты, переданной газу, найдём из первого начала термодинамики:

$$\Delta Q = \Delta A + \Delta U. \quad (3)$$

Подставим в (1), (2) и (3) численные значения:

$\Delta A_{13} = 2 \cdot 10^5 (0.03 - 0.01) = 4000\,Дж$,

$\Delta U_{13} = \frac{5}{2}\left(5 \cdot 10^5 \cdot 0.03 - 2 \cdot 10^5 \cdot 0.01\right) = 32500\,Дж$, $\Delta Q = 4000 + 32500 = 36500\,Дж$.

Ответ: $\Delta A = 4\,кДж$, $\Delta U = 32.5\,кДж$, $\Delta Q = 36.5\,кДж$.

331. В сосуде объемом V=2 л находится азот при давлении p=0.1 МПа. Какое количество теплоты надо сообщить азоту, чтобы: а) при p=const объем увеличился вдвое; б) при V =const давление увеличилось вдвое?

332. Найти удельную теплоемкость кислорода для: а) V= const; б) p=const.
333. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях ρ=1.43 кг/м^3 . Найти удельные теплоемкости c_v и c_p этого газа.
334. В закрытом сосуде находится 20 г азота и 32 г кислорода. Найти изменение внутренней энергии смеси газов при охлаждении ее на 28 К.
335. До какой температуры охладится воздух, находящийся при 10^{0}C, если он расширяется адиабатически от объема V_1 до V_2 =2V_1?
336. Найти молярную массу и число степеней свободы молекул газа, если его удельные теплоемкости c_v=0.65 Дж/(г·К) и c_p=0.91 Дж/(г·К).
337. Определить показатель адиабаты идеального газа, который при температуре 350 К и давлении 0.4 МПа занимает объем 0.3 м^3 и имеет теплоемкость C_v=857 Дж/К.
338. В баллоне при температуре 145 К и давлении 2 МПа находится кислород. Определить температуру и давление газа после того как из баллона будет очень быстро выпущена половина газа.
339. Азот массой 200 г расширился изотермически при температуре 280 К, причем объем газа увеличился в 2 раза. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество теплоты, переданное газу.
340. В цилиндре под поршнем находится азот массой 600 г, занимающий объем 1.2 м^3 при температуре 560 К. В результате подвода теплоты газ расширился и занял объем 4.2 м^3 при неизменной температуре. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество теплоты, переданное газу.
341. Некоторая масса газа с двухатомными молекулами перешла от первого состояния ко второму в два этапа: сначала по изобаре, а затем по адиабате. При этом приращение внутренней энергии 130 кДж. Определить начальное давление, если начальный объём равен 0.24 м^3, конечный объём 0.48 м^3, конечное давление 1050 кПа.
342. Двухатомный газ при давлении 270 кПа имел объем 0.14 м^3, а при давлении 320 кПа – объем 0.11 м^3. Переход из первого состояния во второе был сделан в два этапа: сначала по изотерме, затем по изохоре. Определить количество поглощенной газом теплоты.
343. Один киломоль газа изобарически нагревается от 20^{0}C до 600^{0}C, поглощая 12 МДж теплоты. Найти число степеней свободы молекул газа, приращение внутренней энергии газа, работу газа.
344. 10.5 г азота изотермически расширяются при температуре -23°C от давления 250 кПа до давления 100 кПа. Найти работу, совершенную газом при расширении.
345. При изотермическом расширении 10 г азота, находящегося при температуре 17°C, была совершена работа 860 Дж. Во сколько раз изменилось давление азота при расширении?

346. 231 г гелия, находившегося первоначально при температуре 20°С и давлении 10^5 Па, сжимают адиабатически до давления 10^7 Па. Считая процесс сжатия обратимым, определить температуру газа в конце сжатия; работу, совершаемую газом; во сколько раз уменьшился объем газа.
347. Водород в объеме 5 л, находящийся под давлением 100 кПа, адиабатически сжат до объема 1 л. Найти работу сжатия.
348. 14 г азота адиабатически расширяется так, что давление уменьшается в 5 раз и затем изотермически сжимается до первоначального давления. Начальная температура азота 420°С. Найти: а) температуру газа в конце процесса; б) количество теплоты, отданной газом; в) приращение внутренней энергии газа; г) совершенную газом работу.
349. Водород массой 40 г, имевший температуру 300 К, адиабатически расширился, увеличив объем в три раза. Затем при изотермическом сжатии объем газа уменьшился в 2 раза. Определить полную работу, совершенную газом и конечную температуру газа.
350. При адиабатическом сжатии 2.8 кг окиси углерода объем уменьшается в 4 раза. Определить работу сжатия, если температура газа в начале процесса 7°С.
351. При адиабатическом сжатии 20 г гелия давление газа увеличилось в 10 раз. Определить конечную температуру газа и работу сжатия. Начальная температура гелия равна 300 К.
352. Один килограмм кислорода сжимается адиабатически, вследствие чего температура газа возрастает от 20°С до 500°С. Вычислить: а) приращение внутренней энергии газа; б) работу, затраченную на сжатие газа; в) во сколько раз уменьшится объем газа?
353. Для аргона отношение удельных теплоемкостей равно 1.68. Определить давление, получившееся после адиабатического расширения этого газа от 1 л до 2 л, если начальное давление равно 10^5 Па.
354. Молярная масса газа 44 кг/кмоль. Отношение удельных теплоемкостей равно 1.33. Вычислить удельные теплоемкости газа.
355. При температуре 207°С 2.5 кг некоторого газа занимают объем 0.8 м^3. Определить давление газа, если удельная теплоемкость при постоянном объеме 519 Дж/(кг·К) и отношение удельных теплоемкостей равно 1.67.
356. Определить молярные теплоемкости смеси двух газов – одноатомного и двухатомного. Количество вещества одноатомного газа 0.4 моль, двухатомного – 0.2 моль.
357. Кислород массой 200 г занимает объем 100 л и находится под давлением 200 кПа. При нагревании газ расширяется при постоянном давлении до объема 300 л, а затем его давление возросло до 500 кПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество теплоты, переданной газу.
358. Водород массой 40 г, имевший температуру 300 К, адиабатически расширился, увеличив объем в 3 раза. Затем при изотермическом сжатии

объем газа уменьшился в 2 раза. Определить полную работу, совершенную газом, и конечную температуру.

359. В цилиндре под поршнем находится водород массой 20 г при температуре 300 К. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически до первоначального объема. Найти температуру в конце адиабатического расширения и полную работу газа.

360. Два киломоля углекислого газа нагреваются при постоянном давлении на 50°С. Найти изменение внутренней энергии, работу расширения и количество теплоты, сообщенное газу (молекула углекислого газа линейная).

8б. Круговой процесс (цикл). КПД цикла. Цикл Карно

$\eta = \dfrac{A}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ – КПД цикла

$\eta_{Карно} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$ – КПД цикла Карно

Примеры решения задач

Задача 15

Идеальный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. При этом объем газа изменяется от 25 см^3 до 50 см^3, а давление от 100 кПа до 200 кПа. Найти работу в рассматриваемом цикле, а также работу в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объем возрастает в 2 раза. Во сколько раз работа в таком цикле меньше работы в цикле Карно?

Дано:
V_1 =25 см^3=25·10^{-6} м^3
V_2 =50 см^3=50·10^{-6} м^3
P_1=1·10^5 Па
P_2=2·10^5 Па
$\dfrac{V_{T2}}{V_{T1}} = 2$

Найти:
A=?
$A_К$=?
$\dfrac{A_К}{A} = ?$

Решение

Цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, изображён на рисунке 2 в осях (*P, V*). Работа *A* в этом цикле равна сумме работ изобарического расширения и изобарического сжатия, поскольку при изохорных процессах работа не совершается:

$$A = P_2(V_2 - V_1) + P_1(V_1 - V_2) = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1). \quad (1)$$

Максимальная и минимальная температуры рассматриваемого цикла будут в точках с параметрами (P_1, V_1) и (P_2, V_2) соответственно, как следует из уравнения Менделеева-Клапейрона, записанного для этих двух точек:

$$P_1V_1 = \nu RT_{\min} \quad (2)$$

$$P_2V_2 = \nu RT_{\max}. \quad (3)$$

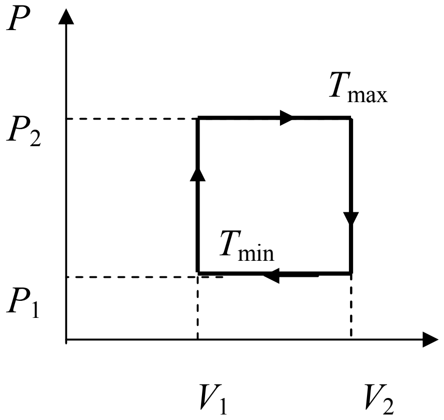

Рис.2

По условию температуры нагревателя и холодильника в другом цикле – цикле Карно – равны соответственно максимальной и минимальной температуре данного цикла:

$$T_{\text{Н}} = T_{\max} = \frac{P_2 V_2}{\nu R},\ T_{\text{Х}} = T_{\min} = \frac{P_1 V_1}{\nu R}. \qquad (4)$$

Работа же изотермического расширения в цикле Карно равна $\Delta A_{\text{расш.}} = \nu R T_H \ln \frac{V_{K2}}{V_{K1}}$, а с учётом (3) $\Delta A_{\text{расш.}} = P_2 V_2 \ln \frac{V_{K2}}{V_{K1}}$. Поскольку процесс расширения в цикле Карно – изотермический, то внутренняя энергия при этом процессе не изменяется: $\Delta U = \nu \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot \Delta T = 0$, и по первому закону термодинамики количество теплоты, полученной рабочим телом от нагревателя при этом процессе, равно

$$Q_H = \Delta A_{расш.} + \Delta U = \Delta A_{расш.} = P_2 V_2 \ln \frac{V_{K2}}{V_{K1}}. \qquad (5)$$

Далее, КПД любого цикла равен $\eta = \frac{A}{Q_H}$, и, в частности, для цикла Карно:

$$\eta_K = \frac{A_K}{Q_H}, \qquad (6)$$

где $A_{\text{К}}$ – искомая полная работа в цикле Карно. С другой стороны, $\eta_K = \frac{T_H - T_X}{T_H} = 1 - \frac{T_X}{T_H}$, а с учётом (4)

$$\eta_K = 1 - \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2}. \qquad (7)$$

Из (5), (6) и (7) получим:

$$A_K = \eta_K \cdot Q_{\text{Н}} = \left(1 - \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2}\right) \cdot P_2 V_2 \ln \frac{V_{\text{К}2}}{V_{K1}}. \qquad (8)$$

В (1) и (8) подставим численные значения:

$$A = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \left(2 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5\right) \cdot \left(50 \cdot 10^{-6} - 25 \cdot 10^{-6}\right) = 2.5 Дж;$$

$$A_K = \left(1 - \frac{10^5 \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^5 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}\right) \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \ln 2 = 5.2 Дж.$$

Найдём отношение работ: $\frac{A_K}{A} = \frac{5.2}{2.5} = 2.08$.

Ответ: $A = 2.5\,Дж$; $A_K = 5.2\,Дж$; $\frac{A_K}{A} = 2.08$.

361. Паровая машина мощностью P=14.7 кВт потребляет за время t=1 ч работы массу m=8.1 кг угля с удельной теплотой сгорания q=33 МДж/кг. Температура котла T_1=473 К, температура холодильника T_2=331 К. Найти фактический КПД машины и сравнить его с КПД η_K идеальной тепловой машины Карно при тех же температурах.
362. Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу A=73.5 кДж. Температура нагревания T_1=373 К, холодильника T_2=273 К. Найти КПД цикла, количество теплоты Q_1, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.
363. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя 500 К, охладителя 250 К. Определить термический КПД цикла, а также работу, совершенную рабочим веществом, при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа 70 Дж.
364. Определить КПД цикла Карно, если температуры нагревателя и холодильника соответственно равны 200°С и 11°С. На сколько нужно повысить температуру нагревателя, чтобы КПД повысился вдвое?
365. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80% теплоты, получаемой от нагревателя, передается холодильнику. Количество теплоты, получаемое от нагревателя, равно 4.19 кДж. Найти КПД цикла и работу, совершенную при полном цикле.
366. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает за каждый цикл от нагревателя 2514 Дж теплоты. Температура нагревателя 400 К, температура холодильника 300 К. Найти работу, совершаемую за один цикл, и количество теплоты, отдаваемое холодильнику за один цикл.
367. Тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя 327°С. Определить КПД цикла и температуру холодильника тепловой машины, если за счет 2 кДж теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу, равную 400 Дж.
368. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 4 раза больше температуры холодильника. Определить КПД цикла. Какую долю количества теплоты, полученной от нагревателя, газ отдает холодильнику?
369. Газ, являясь рабочим веществом в цикле Карно, получил от нагревателя теплоту 4.38 кДж и совершил работу 2.4 кДж. Определить температуру нагревателя, если температура охладителя 273 К.
370. Газ, совершающий цикл Карно, отдал охладителю 67% теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру охладителя, если температура нагревателя 430 К.

371. Определить работу изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого равен 0.4, если работа изотермического расширения равна 8 Дж.
372. Газ, совершающий цикл Карно, отдал охладителю теплоту 14 кДж. Определить температуру нагревателя, если при температуре охладителя 280 К работа цикла 6 кДж.
373. Во сколько раз увеличится КПД цикла Карно при повышении температуры нагревателя от 380 К до 580 К? Температура охладителя 280 К.
374. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту 84 кДж. Какую работу совершает газ, если температура нагревателя в 3 раза выше температуры охладителя?
375. Цикл работы двигателя внутреннего сгорания состоит из двух изохор и двух адиабат. Во сколько раз изменится КПД двигателя, если коэффициент сжатия увеличить с 5 до 10? Рабочее вещество считать многоатомным идеальным газом.
376. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. При этом объем газа изменяется от 25 см^3 до 50 см^3, а давление от 100 кПа до 200 кПа. Во сколько раз работа в таком цикле меньше работы в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объем возрастает в 2 раза?
377. Цикл, совершаемый одним киломолем идеального двухатомного газа, состоит из двух изохор и двух изобар. Совершаемая газом за цикл работа равна 32 кДж.. Минимальные значения объема и давления равны 0.25 м^3 и 170 кПа, максимальный объём 0.85 м^3. Определить количество полученной за цикл теплоты.
378. Цикл, совершаемый одним киломолем идеального двухатомного газа, состоит из двух изохор и двух изобар. Минимальные значения объема и давления равны 0.075 м^3 и 330 кПа, максимальные – 0.135 м^3 и 460 кПа. Определить совершаемую газом за цикл работу.
379. Цикл, совершаемый одним киломолем идеального двухатомного газа, состоит из двух изохор и двух изобар. Совершаемая газом за цикл работа равна 42 кДж. Минимальные значения объема и давления равны 0.18 м^3 и 290 кПа, максимальный объём – 0.39 м^3; Определить максимальное давление.
380. Цикл, совершаемый одним киломолем идеального двухатомного газа, состоит из двух изохор и двух изобар. Количество полученной за цикл теплоты равно 2300 кДж. Минимальные значения объема и давления равны 1.3 м^3 и 270 кПа, максимальное давление равно 490 кПа. Определить максимальный объём.
381. Цикл, совершаемый одним киломолем идеального двухатомного газа, состоит из двух изохор и двух изобар. Совершаемая газом за цикл работа равна 75 кДж. Минимальные значения объема и давления равны 0.92 м^3 и

190 кПа, максимальное давление 410 кПа. Определить количество полученной за цикл теплоты.

382. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту 84 кДж. Какую работу совершает газ, если температура нагревателя в три раза выше температуры охладителя?
383. Газ, совершающий цикл Карно, отдал охладителю теплоту 14 кДж. Определить температуру нагревателя, если при температуре охладителя 280 К работа цикла равна 6 кДж.
384. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, 2/3 количества теплоты, полученной от нагревателя, отдает охладителю. Температура охладителя 280 К. Определить температуру нагревателя.
385. В каком случае КПД цикла Карно повысится больше: при увеличении температуры нагревателя на ΔT или при уменьшении температуры холодильника на такую же величину?
386. Идеальный газ совершает цикл Карно при температурах нагревателя и холодильника 400 и 290 К соответственно. Во сколько раз увеличится КПД цикла, если температура нагревателя возрастет до 550 К? Какой должна была бы быть температура нагревателя при той же температуре холодильника, чтобы КПД возрос до 80%?
387. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя равна 470 К, температура охладителя 280 К. При изотермическом расширении газ совершает работу 100 Дж. Определить термический КПД цикла, а также количество теплоты, которое отдает охладителю при изотермическом сжатии газ.
388. Найти КПД цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если в пределах цикла объем идеального газа изменяется в 10 раз. Рабочим веществом является азот.
389. Идеальный двухатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти КПД такого цикла, если температура газа возрастает в 3 раза как при изохорическом нагреве, так и при изобарическом расширении.
390. Идеальный двухатомный газ, находящийся при температуре 300 К, нагревают при постоянном объеме до давления, вдвое большего первоначального. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарически был сжат до начального объема. Построить график цикла. Определить температуру газа для характерных точек цикла и его термический КПД.

8в. Энтропия

$dS = \frac{dQ}{T}$; $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$ – определение энтропии по Клаузиусу;

$\Delta S = \nu C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + \nu R\ln\frac{V_2}{V_1}$ – изменение энтропии в процессах с идеальным газом;

$S = k\ln w$ – определение энтропии по Больцману; здесь w – термодинамическая вероятность состояния системы (число микросостояний, которыми можно реализовать данное макросостояние), $p = \frac{w}{N}$ – математическая вероятность состояния, N – полное число возможных состояний системы.

Примеры решения задач

Задача 16

Найти суммарное изменение энтропии при погружении 100 г нагретого до 300^0С железа в воду при температуре 5^0С. Температуру воды считать постоянной, удельная теплоемкость железа 500 Дж/(кг·К).

Дано:	Решение
m=100 г=0.1 кг t_0=5^0C T_0=278К t_1=300^0C T_1=573 К c=500 Дж/(кг·К)	
Найти: ΔS=?	

Суммарное изменение энтропии воды и железа равно: $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$, где $\Delta S_1 = \frac{\Delta Q}{T_0}$ - изменение энтропии для воды, поскольку её температура T_0 остаётся неизменной. Количество теплоты, полученное водой, равно теплоте, отданной железом при охлаждении: $\Delta Q = cm\Delta T = cm(T_1 - T_0)$, то есть $\Delta S_1 = \frac{cm(T_1 - T_0)}{T_0}$.

Температура железа непостоянна, поэтому изменение энтропии для него $\Delta S_2 = \int_{T_1}^{T_0}\frac{dQ}{T}$. Подставим $dQ = cmdT$ и вычислим интеграл: $\Delta S_2 = \int_{T_1}^{T_0}\frac{cmdT}{T} = cm\cdot\ln\frac{T_0}{T_1} = -cm\cdot\ln\frac{T_1}{T_0}$. Полное изменение энтропии: $\Delta S = \frac{cm(T_1 - T_0)}{T_0} - cm\ln\frac{T_1}{T_0}$, или $\Delta S = cm\left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln\frac{T_1}{T_0}\right)$.

Подставим численные значения:

$$\Delta S = 500\frac{Дж}{кг\cdot К}\cdot 0.01кг\cdot\left(\frac{573}{278} - 1 - \ln\frac{573}{278}\right) = 11.7\frac{Дж}{К}.$$

Ответ: $\Delta S = 11.7\frac{Дж}{К}$.

391. В сосуде содержится 5 молекул. Каким числом способов могут быть распределены эти молекулы между левой и правой половинами сосуда? Чему равно $w(1,4)$ число способов такого распределения, при котором в

левой половине сосуда оказывается одна молекула, а в правой – четыре? Какова математическая вероятность $p(1,4)$ такого состояния? Чему равно $w(2,3)$ и $p(2,3)$?

392. Найти изменение энтропии 280 г азота при изотермическом увеличении объема в 5 раз.
393. Определить изменение энтропии при изотермическом расширении кислорода массой 0.01 кг при изменении объема от 25 л до 50 л.
394. Лед массой 2 кг при температуре 0^0С был превращен в воду той же температуры с помощью пара, имеющего температуру 100^0С. Определить массу израсходованного пара. Каково изменение энтропии системы лед-пар? Удельная теплота плавления льда равна 333 кДж/кг, удельная теплота парообразования – 2.26 МДж/кг.
395. Найти изменение энтропии при охлаждении 100 г воды от 15^0С до 0^0С. Удельная теплоемкость воды равна 4200 кДж/(кг$\cdot$К).
396. Найти изменение энтропии при превращении 10 г льда, взятого при температуре -20^0С, в пар при температуре 373 К.
397. Найти изменение энтропии при переходе 8 г кислорода от объема 10 л при температуре 353 К к объему 40 л при температуре 573 К.
398. Масса 6.6 г водорода изобарически расширяется в 2 раза. Найти изменение энтропии в этом процессе.
399. Лед массой 1 кг, имеющий температуру -25^0С, был последовательно превращен в воду, а затем при атмосферном давлении – в сухой насыщенный пар. Чему равно изменение энтропии в каждом из этих процессов?
400. Найти изменение энтропии при нагревании 100 г воды от 0^0С до 100^0С и последующем превращении в пар при той же температуре.
401. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении 10 г азота от объема 25 л до объема 100 л.
402. Найти изменение энтропии 100 г железа при нагревании от 0^0С до 50^0С. Удельная теплоемкость железа 500 Дж/(кг$\cdot$К).
403. Водород массой 100 г был изобарически нагрет так, что его объем увеличился в 3 раза, а затем изохорически охлажден так, что давление уменьшилось в 3 раза. Найти полное изменение энтропии.
404. Два кг кислорода увеличили свой объем в 5 раз. Температура при этом изменилась от 100^0С до 10^0С. Найти изменение энтропии.
405. Один кг азота увеличил свой объем в 3 раза изотермически при температуре 100^0С, а затем изохорически уменьшил давление в 2 раза. Найти суммарное изменение энтропии.
406. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении 16 г кислорода от 100 кПа до 50 кПа.
407. Найти изменение энтропии 1 моля углекислого газа при увеличении его термодинамической температуры в 2 раза, если процесс нагревания: 1) изохорический; 2) изобарический.

408. Во сколько раз следует увеличить изотермически объем 4 молей идеального газа, чтобы его энтропия увеличилась на 23 Дж/К?
409. При нагревании 1 киломоля двухатомного газа его абсолютная температура увеличилась в 1.5 раза. Найти изменение энтропии, если процесс изобарический.
410. Найти суммарное изменение энтропии при погружении 100 г нагретого до 300^0С железа в воду при температуре 5^0С. Температуру воды считать постоянной, удельная теплоемкость железа 500 Дж/(кг$\cdot$К).
411. В сосудах 1 и 2 находится по 1.2 моля газообразного гелия. Объем второго сосуда в 2 раза больше, чем первого, а абсолютная температура газа в первом сосуде в 1.5 раза больше, чем во втором. Найти разность энтропий газа в этих сосудах.
412. Найти приращение энтропии двух молей идеального газа с показателем адиабаты 1.3, если в результате некоторого процесса объем газа увеличился в 2 раза, а давление уменьшилось в 3 раза.
413. Процесс расширения двух молей аргона происходит так, что давление газа увеличивается прямо пропорционально его объему. Найти приращение энтропии газа при увеличении его объема в 2 раза.
414. Найти изменение энтропии при нагревании воды массой 200 г от 0^0С до 100^0С и последующем превращении воды в пар при той же температуре. Удельная теплоемкость воды равна 4200 кДж/(кг$\cdot$К), удельная теплота парообразования – 2.26 МДж/кг.
415. Кислород массой 2 кг увеличил объем в 5 раз: один раз изотермически, другой - адиабатически. Найти изменение энтропии в каждом из указанных процессов.
416. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении азота массой 4 г от объема $5\cdot10^{-3}$ м^3 до объема $9\cdot10^{-3}$ м^3.
417. Масса 10 г кислорода нагревается от температуры 323 К до температуры 423 К. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически; 2) изобарически.
418. Изменение энтропии на участке между двумя адиабатами в цикле Карно 4.19 кДж/К. Разность температур между двумя изотермами 100 К. Какое количество теплоты превращается в работу в этом цикле?
419. Гелий массой 1.7 кг адиабатически расширили в 3 раза и затем изобарически сжали до первоначального объема. Найти изменение энтропии.
420. Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равна первоначальной. Найти изменение энтропии газа, если его давление в данном процессе изменилось в 3.3 раза.

9. Конденсированное состояние
9а. Реальный газ. Жидкое состояние

$\left(P+\frac{a}{V_m^2}\right)\left(V_m-b\right)=RT$ – уравнение Ван дер Ваальса, где $V_m=\frac{V}{\nu}$ – молярный объем

$P'=\frac{a}{V_m^2}$ – внутреннее (молекулярное) давление

$V_{m_К}=3b$; $p_К=\frac{a}{27b^2}$; $T_К=\frac{8a}{27bR}$ – критические параметры газа

$b=4N_A\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d_{эфф}}{2}\right)^3$ – связь Ван дер Ваальсовской поправки b на объем и собственного объема молекул газа

$U_m=C_VT-\frac{a}{V_m}$ – внутренняя энергия реального газа

Таблица 4. Поправки в уравнении Ван дер Вальса.

Вещество	$a \cdot 10^{-5}$, $Н \cdot м^4/кмоль^2$	$b \cdot 10^2$, $м^3/кмоль$
Водяной пар	5.56	3.06
Углекислый газ	3.64	4.26
Кислород	1.36	3.16
Аргон	1.36	3.22
Азот	1.36	3.85
Водород	$2.44 \cdot 10^{-1}$	2.63
Гелий	$3.43 \cdot 10^{-2}$	2.34

Таблица 5. Критические значения $T_к$ и $p_к$.

Вещество	$T_к$, К	$p_к$, атм	$p_к \cdot 10^{-6}$, Па
Водяной пар	647	217	22
Углекислый газ	304	73	7.4
Кислород	154	50	5.07
Аргон	151	48	4.87
Азот	126	33.6	3.4
Водород	33	12.8	1.3
Гелий	5.2	2.25	0.23

9б. Упругие свойства твердых тел, тепловое расширение и классическая теория теплоемкости твердых тел

$\varepsilon_{\parallel} = \dfrac{\Delta l}{l}$ – относительное удлинение

$\varepsilon_{\perp} = \dfrac{\Delta d}{d}$ – относительное поперечное сжатие

$\sigma = \dfrac{dF}{dS}$ – механическое напряжение

$F = k\Delta l$; $\varepsilon_{\parallel} = \dfrac{\sigma}{E}$ – закон Гука

$K_{\text{П}} = -\dfrac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}$ – коэффициент Пуассона

$l = l_0(1 + \alpha \cdot t)$ – линейное расширение твердых тел при нагревании

$V = V_0(1 + \beta t)$ – объемное расширение твердых тел при нагревании

$\beta = 3\alpha$ – связь коэффициентов линейного и объемного расширения для изотропных тел и для кристаллов с кубической решеткой

$C = 3Rz$ – закон Дюлонга и Пти, где z – число атомов в молекуле

Таблица 6. Свойства твердых тел

Вещество	Относительный атомный вес	Плотность, кг/м^3	Коэффициент линейного теплового расширения, $\alpha \cdot 10^5$, К$^{-1}$	Модуль Юнга, $E \cdot 10^{-10}$, Па	Предел прочности, $\sigma_{пр} \cdot 10^{-8}$, Па
Алюминий	27	2600	2.4	6.9	1.1
Железо	56	7900	1.2	19.6	6
Латунь	-	8400	1.9	-	-
Медь	64	8600	1.7	11.8	2.4
Платина	195	21400	0.89	-	-
Сталь	-	7700	1.06	21.6	7.85
Цинк	65	7000	2.9	-	-

Примеры решения задач

Задача 17

В сосуде объемом 10 л находится 0.25 кг азота при температуре 27^{0}С. 1) Какую часть давления газа составляет давление, обусловленное силами взаимодействия молекул? 2) Какую часть объема сосуда составляет собственный объем молекул?

Дано:
m=0.25 кг
t=27^{0}C
T=300 К
μ=0.028 кг/моль
V=0.01 м^3
a=1.36·10^5 Н·м^4/кмоль^2=0.136 Н·м^4/моль^2
b=3.85·10^{-2} м^3/кмоль=3.85·10^{-5} м^3/моль

Найти:
ΔS=?
$\frac{P'}{P}=?$
$\frac{V_{\text{молек.}}}{V}=?$

Решение

В модели Ван-дер-Ваальса молекулы можно считать абсолютно твёрдыми шариками с диаметром, равным эффективному диаметру $d_{\text{эфф}}$. Собственный объём одной молекулы равен: $V_1=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d_{эфф}}{2}\right)^3$. Суммарный собственный объём всех N молекул, содержащихся в сосуде, будет $V_{\text{молек.}}=N\cdot\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d_{эфф}}{2}\right)^3$.

Поправка b на собственный объём молекул в уравнении Ван-дер-Ваальса равна учетверённому собственному объёму молекул, содержащихся в одном моле вещества: $b=4N_A\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d_{эфф}}{2}\right)^3$. То есть $V_{\text{молек.}}=\frac{N}{4\cdot N_{\text{Ав.}}}b=\frac{m}{\mu}\cdot\frac{b}{4}$. Искомое отношение $\frac{V_{\text{молек.}}}{V}=\frac{m\cdot b}{4\cdot\mu\cdot V}=\frac{0.25\cdot 3.85\cdot 10^{-5}}{4\cdot 0.028\cdot 0.01}=8.6\cdot 10^{-3}$. Давление, обусловленное силами взаимодействия молекул, равно $P'=\frac{a}{V_m^2}$, где $V_m=\frac{V}{\nu}=\frac{\mu V}{m}$ – молярный объём. Давление реального газа P найдём из уравнения Ван-дер-Ваальса $\left(P+\frac{a}{V_m^2}\right)(V_m-b)=RT$: $P=\frac{RT}{(V_m-b)}-\frac{a}{V_m^2}$. Их отношение:

$$\frac{P'}{P}=\frac{\frac{a}{V_m^2}}{\frac{RT}{(V_m-b)}-\frac{a}{V_m^2}}=\frac{1}{\frac{RT}{(V_m-b)}\cdot\frac{V_m^2}{a}-1}=\frac{1}{\frac{RTV_m}{a\cdot\left(1-\frac{b}{V_m}\right)}-1}=\frac{1}{\frac{RT\mu\cdot V}{m\cdot a\cdot\left(1-\frac{b\cdot m}{\mu V}\right)}-1}.$$

Подставим численные значения:

$$\frac{P'}{P}=\frac{1}{\dfrac{RT\mu\cdot V}{m\cdot a\cdot\left(1-\dfrac{b\cdot m}{\mu V}\right)}-1}=\frac{1}{\dfrac{8.31\cdot 300\cdot 0.028\cdot 0.01}{0.25\cdot 0.136\cdot\left(1-\dfrac{3.85\cdot 10^{-5}\cdot 0.25}{0.028\cdot 0.01}\right)}-1}=\frac{1}{\dfrac{0.698}{0.0328}-1}=0.049.$$

Проанализируем полученные величины. Собственный объём молекул занимает менее 1% объёма сосуда: $\frac{V_{\text{молек.}}}{V}=0.86\%$, следовательно, в уравнении Ван-дер-Ваальса для данного газа можно было бы пренебречь поправкой b. Поправкой же a пренебрегать не следует, так как давление, обусловленное силами взаимодействия молекул, составляет около 5% давления газа: $\frac{P'}{P}=4.9\%$.

Ответ: $\frac{P'}{P}=0.049$; $\frac{V_{\text{молек.}}}{V}=0.0086$.

Задача 18

Дано:
m=0.025 кг
t_1=10^{0}C
T_1=283 К
t_2=30^{0}C
T_2=303 К
Q=117 Дж

Найти:
μ=?

Пользуясь классической теорией теплоемкости, найти, из какого материала сделан металлический шарик массой 25 г, если для его нагревания от 10^{0}С до 30^{0}С потребовалось 117 Дж теплоты.

Решение

Количество теплоты, необходимой для нагрева шарика, равно $\Delta Q=cm\Delta T=cm(T_2-T_1)$, где удельная теплоёмкость c связана с молярной C соотношением: $c=\frac{C}{\mu}$. По закону Дюлонга и Пти молярная теплоёмкость равна $C=3Rz$, где z – число атомов в молекуле и для металла равно 1. Таким образом, получим: $c=\frac{3R}{\mu}$, $\mu=\frac{3R}{c}=\frac{3R\cdot m\cdot(T_2-T_1)}{\Delta Q}$.

Подставим численные значения: $\mu=\frac{3\cdot 8.31\cdot 0.025\cdot 20}{117}=0.107\,кг/моль$. По таблице Менделеева находим металл с относительной атомной массой 107: это серебро.

Ответ: шарик сделан из серебра ($\mu=0.107\,кг/моль$).

Задача 19

Дано:
t_1=150^0 C
E=11.8$\cdot$10^{10} Па
α=1.7$\cdot$10^{-5} К$^{-1}$
$\sigma_{пр}$=2.4$\cdot$10^8 Па

Найти:
t_2=?

Медная проволока натянута горячей при температуре 150^{0}С между двумя прочными неподвижными стенами. При какой температуре, остывая, проволока разорвется? Считать, что закон Гука выполняется вплоть до разрыва проволоки.

Решение

Длина нагретой проволоки при температуре t_1 $l_1 = l_0(1+\alpha\cdot t_1)$; при этом проволока не деформирована (не натянута). Длина остывшей до искомой температуры *ненатянутой* проволоки $l_2 = l_0(1+\alpha\cdot t_2)$. Но, поскольку проволока закреплена между неподвижными стенами, она оказывается растянутой на $\Delta l = l_1 - l_2 = l_0\cdot\alpha\cdot(t_1 - t_2)$. По закону Гука $\varepsilon_{\|} = \dfrac{\sigma}{E}$, где $\varepsilon_{\|} = \dfrac{\Delta l}{l_2}$ – относительное удлинение, σ=σ$_{пр.}$ – механическое напряжение. Тогда $\Delta l = l_2\dfrac{\sigma_{пр.}}{E} = l_0(1+\alpha\cdot t_2)\dfrac{\sigma_{пр.}}{E}$; или $l_0(1+\alpha\cdot t_2)\dfrac{\sigma_{пр.}}{E} = l_0\alpha(t_1 - t_2)$, откуда $(1+\alpha\cdot t_2)\dfrac{\sigma_{пр.}}{E} = \alpha(t_1 - t_2)$, и $t_2 = \dfrac{\alpha\cdot t_1 - \dfrac{\sigma_{пр.}}{E}}{\alpha\cdot\left(1+\dfrac{\sigma_{пр.}}{E}\right)}$. Далее, $t_2 = \dfrac{t_1 - \dfrac{\sigma_{пр.}}{\alpha\cdot E}}{\left(1+\dfrac{\sigma_{пр.}}{E}\right)}$. Подставим численные значения: $t_2 = \dfrac{150 - \dfrac{2.4\cdot10^8}{1.7\cdot10^{-5}\cdot11.8\cdot10^{10}}}{\left(1+\dfrac{2.4\cdot10^8}{11.8\cdot10^{10}}\right)} = 30.3^0 C$.

Ответ: $t_2 = 30.3^0 C$.

421. Масса m=10 г гелия занимает объем V=100 см^3 при давлении p=100 МПа. Найти температуру T газа, считая его: а) идеальным; б) реальным.
422. 1 кмоль гелия занимает объем 0.237 м^3 при температуре –200^{0}С. Найти давление газа, считая его: а) идеальным; б) реальным.
423. 1 кмоль кислорода занимает объем 0.056 м^3 при давлении 920 атм. Найти температуру газа, считая его: а) идеальным; б) реальным.
424. Аргон массой 4 г занимает объем 0.1 л под давлением 2.5 МПа. Найти температуру газа, считая его: а) идеальным; б) реальным. Относительная атомная масса аргона равна 40.
425. Вычислить давление, обусловленное силами взаимодействия молекул, для воды, зная постоянную *a* в уравнении Ван-дер-Ваальса.
426. Для водорода силы взаимодействия между молекулами незначительны; преимущественную роль играют собственные размеры молекул. 1)

Написать уравнение состояния такого полуидеального газа. 2) Найти, какую ошибку мы допустили бы при нахождении числа молей водорода, находящегося в некотором объеме при температуре $t=0^{O}$ С и давлении $p=2.8 \cdot 10^{7}$ Н/м^2, не учитывая собственных размеров молекул.

427. 20 кг азота адиабатически расширяются в пустоту от $V_1=1$м^3 до $V_2=2$ м^3. Найти понижение температуры при этом расширении, считая известной для азота постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.
428. 0.5 кмоля трехатомного газа адиабатически расширяется в пустоту от $V_1=0.5$ м^3 до $V_2=3$ м^3. Температура газа при этом понижается на 12.2^0. Найти из этих данных постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.
429. Найти внутреннюю энергию углекислого газа массой 132 г, занимающего объем 0.7 л при температуре 300 К, в двух случаях, когда газ рассматривают как: а) идеальный, б) реальный.
430. Найти плотность водяных паров в критическом состоянии, считая известной для них постоянную b, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.
431. Объем кислорода массой 4 г увеличивается от 1 до 5 л. Найти работу против сил внутреннего давления.
432. Концы железной балки сечением 75 см^2 упираются в две стены. Температура 0^0С. Определить силу, которая будет действовать на стены, если температура повысится на 20 К.
433. При каком растягивающем напряжении медный стержень получит такое же удлинение, как и при нагревании от 0^0С до 100^0С?
434. Какие силы надо приложить к концам латунного стержня с площадью поперечного сечения 10 см^2, чтобы не дать ему расшириться при нагревании от 0^0С до 30^0С?
435. Вычислить по классической теории теплоемкости удельные теплоемкости кристаллов: алюминия, меди, платины. Относительные атомные массы алюминия, меди, платины 27, 63.5 и 195 соответственно.
436. Вычислить по классической теории теплоемкости удельные теплоемкости кристаллов KCl и $CaCl_2$. Относительные атомные массы калия, хлора и кальция 39, 35.5 и 40 соответственно.
437. К стальной проволоке радиусом 1 мм подвешен груз. Под действием груза проволока получила такое же удлинение, как при нагревании от 0^0С до 20^0С. Найти величину груза.
438. Сколько атомов приходится на одну примитивную ячейку в кристаллах с простой, объемно-центрированной и гранецентрированной кубической структурой?
439. Зная плотность меди 8900 кг/м^3, вычислить постоянную ее гранецентрированной кубической решетки.
440. Определить плотность кристалла NaC1, постоянная кристаллической решетки которого равна 0.563 нм.
441. Сколько атомов приходится на одну элементарную ячейку гранецентрированной решетки кубической сингонии?

442. Найти плотность кристалла неона (при Т=20 К), если известно, что решетка гранецентрированная кубической сингонии. Постоянная решетки при той же температуре равна 0.452 нм. Относительная атомная масса равна 20.
443. Найти плотность кристалла стронция, если известно, что решетка гранецентрированная кубической сингонии, а расстояние между ближайшими соседними атомами равно 0.43 нм. Относительная атомная масса равна 87.6.
444. Найти постоянную решетки и расстояние между ближайшими соседними атомами кристалла алюминия (решетка гранецентрированная кубической сингонии).
445. Определить число элементарных ячеек в единице объема кристалла бария (решетка объемно-центрированная кубическая). Плотность бария $3.5\cdot10^3$кг/м^3. Относительная атомная масса равна 137.
446. Барий имеет объемно-центрированную кубическую решетку. Плотность кристалла бария считать равной $3.5\cdot10^3$ кг/м^3. Определить постоянную решетки. Относительная атомная масса равна 137.
447. Алюминий имеет гранецентрированную кубическую решетку. Постоянная решетки равна 0.404 нм. Определить плотность алюминия, сравнить с табличным значением. Относительная атомная масса равна 27.
448. α-железо имеет кубическую объемно-центрированную структуру (a=2.86 $\dot{A}$), γ-железо – кубическую структуру с центрированными гранями (a=3.56 $\dot{A}$). Как изменится плотность железа при переходе его из α- в γ-модификацию?
449. Алюминиевый диск, взятый при температуре 0^0С, при нагревании до 100^0С увеличил свой объем на 4.6 см^3. Какое количество теплоты затрачено на нагревание?
450. На нагревание медной болванки массой 1 кг, находящейся при температуре 0^0С, затрачено 138 кДж. Во сколько раз при этом увеличился ее объем? Теплоемкость меди найти по закону Дюлонга и Пти. Относительная атомная масса меди равна 63.5.

Библиографический список

1. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С.Волькенштейн. – СПб.: Лань, 1999. – 328 с.
2. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике: учебное пособие / И.Е.Иродов. – СПб.: Лань, 2001. – 416 с.
3. Савельев, И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике: учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений / И.В.Савельев. – М.: АСТ, 2001. – 318 с.
4. Сахаров, Д.И. Сборник задач по физике для вузов / Д.И.Сахаров. – М.: Мир и Образование, 2003. – 400 с.
5. Чертов, А.Г. Задачник по физике: учеб. пособие / А.Г.Чертов, А.А. Воробьев. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1981. – 496 с.
6. Калашников, Н.П. Основы физики. Упражнения и задачи: учеб. пособие для вузов / Н.П.Калашников, М.А. Смондырев. – М.: Дрофа, 2004. – 464 с.
7. Калашников, Н.П. Основы физики: учеб. для вузов: в 2 т. / Н.П.Калашников, М.А.Смондырев. - 2-е изд., перераб. – М.: Дрофа, 2003.
8. Детлаф, А.А. Курс физики: учеб. пособие для вузов / А.А. Детлаф, В.М. Яворский. - М.: Высш.шк., 1989.- 608 с.
9. Савельев, И.В. Курс общей физики: в 3 т. Т. 1: Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. - М.: Наука, 1977. - 416 с.
10. Курс физики: учеб. для вузов: в 2 т. Т. 1 / под ред. В.Н.Лозовского. – СПб.: Лань, 2000. – 576 с.
11. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова.-М.: Высш. шк., 1999.-542 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Требования к оформлению и общие методические указания……………………....3
Раздел I. Механика...……………………………………………………………......4
1. Кинематика...………………………………………………………………….4
1а. Кинематика поступательного движения...……………………..……...4
1б. Кинематика поступательного и вращательного движения….......8
2. Динамика………………………….. …………………………………...12
2а. Работа, энергия. Законы сохранения………………………………..12
2б. Упругие свойства твердых тел………………………………….....13
3. Динамика вращательного движения. Работа, энергия при вращательном движении. Законы сохранения энергии и момента импульса…...……18
4. Механические колебания и волны……………………………………..…26
5. Механика жидкостей и газов……………………………………………...31
Раздел II. Молекулярная физика и термодинамика……………………………...36
6. Молекулярная физика…………………...36
6а. Идеальный газ. …………………...36
6б. Понятие о классической статистике. Скорости молекул. Распределение молекул по скоростям и энергиям. Барометрическая формула..37
7. Столкновения молекул. Явления переноса……………………….....48
8. Термодинамика………………………………………………………………..52
8а. Теплоемкость. Изопроцессы……………………………………….....52
8б. Круговой процесс (цикл). КПД цикла. Цикл Карно…………………57
8в. Энтропия……………………………………………………………....62
9. Конденсированное состояние……………………………………………65
9а. Реальный газ. Жидкое состояние…………………………………65
9б. Упругие свойства твердых тел, тепловое расширение и классическая теория теплоемкости твердых тел…………………....66
Библиографический список……………………………………………………...72